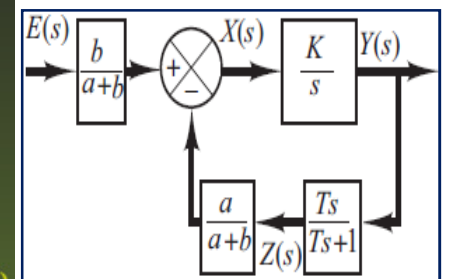
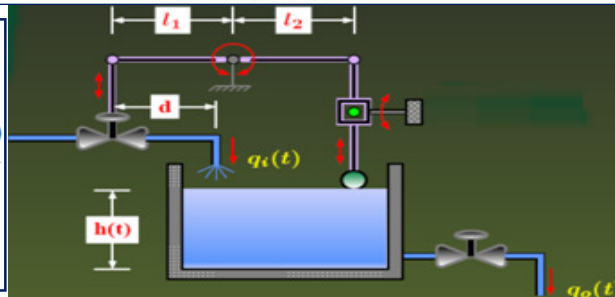
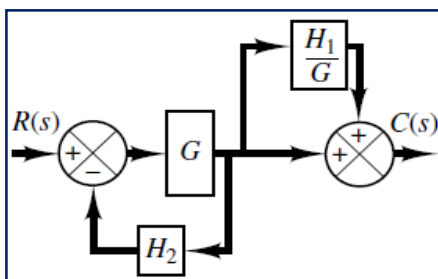
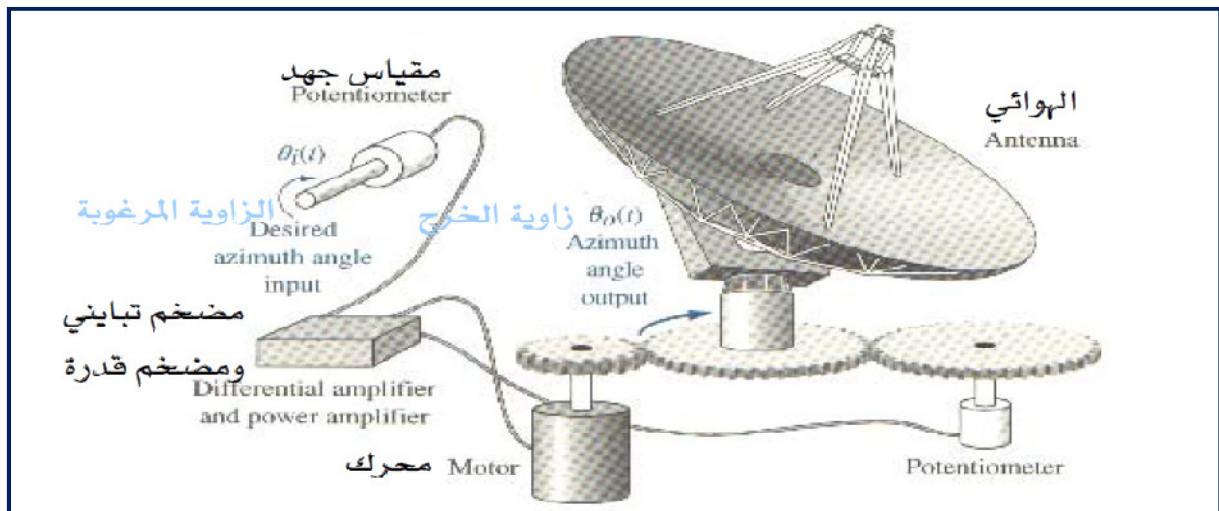
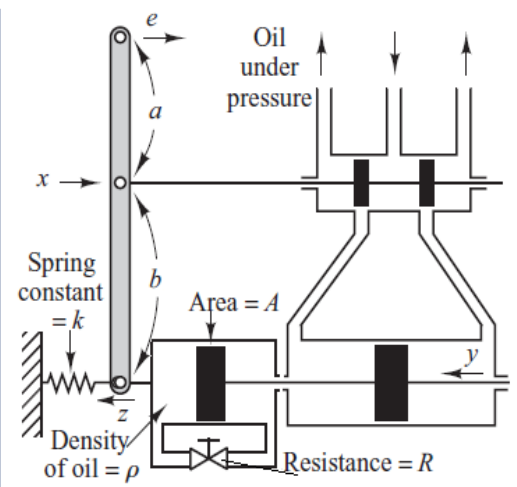
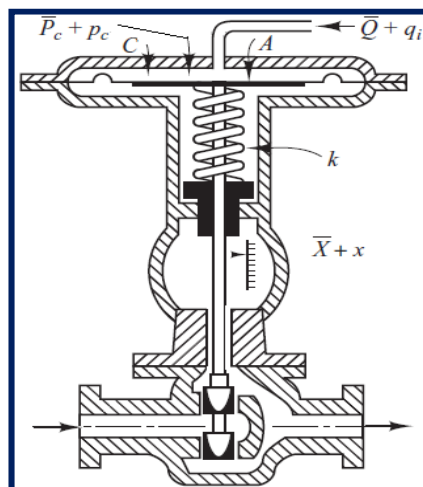
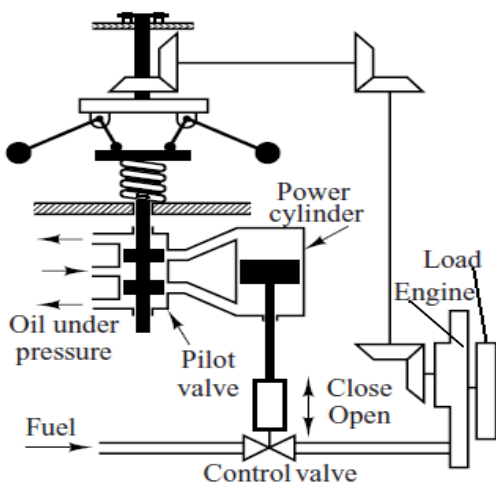




# تطبيقات نظرية التحكم الأتوماتيكي في نظم القوى الميكانيكية

## Applications of Control Theory in Mech Power Systems

Dr. Mohsen Soliman



\*\*\*\*\* Part (1) \*\*\*\*\*

**محتوى وأهداف الجزء الأول:** مقدمة عامة، وصف وتعريف أنواع نظم التحكم، تحديد المكونات الميكانيكية والهوائية والهيدروليكية والكهربائية، طرق النمذجة الرياضية وتحديد دالة التحويل، وصف النظام ذو الحلقة المغلقة، تحديد الاستجابة الزمنية لمنظومات التحكم

<b>الوحدة الثالثة: تحويل لابلاس ودالة التحويل</b>	١- الملاقة بين الدخول والخرج
٢- تحويل لابلاس	٣- دالة التحويل
أمثلة وتطبيقات على وضع النماذج الرياضية لمنظومات التحكم	
<b>الوحدة الرابعة: الاستجابة الزمنية لنظام المرتبة الأولى والثانية</b>	١- دراسة نظام المرتبة الأولى
٢- دراسة نظام المرتبة الثانية	٣- تمارين
<b>الوحدة الخامسة: تحليل الخطأ في أنظمة التحكم الآلي</b>	١- المنظومات الاستاتية والاستاتية
٢- الخطأ الاستاتي للمنظومة	٣- معاملات الخطأ الاستاتي ودرجة الاستاتية
٤- تحليل إشارة الخطأ عند استعمال المنظومات	٥- تأثيرات المنظومات على أداء المنظومة
٦- تمارين	
<b>الوحدة السادسة: تحليل استقرار أنظمة التحكم الآلي</b>	١- أداء منظومات التحكم الآلي
٢- دراسة استقرار العمليات في المنظومات	٣- الطريقة الجبرية
٤- أمثلة محلولة	٥- شروط استقرار بعض المنظومات
٦- تمارين	
المراجع	

<b>المحتويات</b>	١- مقدمة
٢- منظومات التحكم الآلي الهندسية	٣- المصطلحات الفنية المستخدمة في منظومات التحكم الآلي
خلاصة الباب الأول	تمارين ١
<b>الوحدة الثانية: تعريفات وتطبيقات وأمثلة على اختصار المخطط الوظيفي</b>	تعريفات أجزاء المخطط الوظيفي العمومي
أمثلة على منظومات التحكم الفعلية	دوائر التحكم المغلقة ودوائر التحكم المفتوحة
تصميم وتعويضات منظومات التحكم	أمثلة وتمارين محلولة على اختصارات المخطط الوظيفي

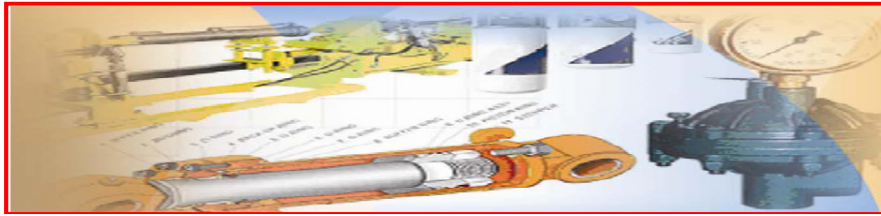
**الجزء الثاني (Part 2)** يتضمن الوحدة الخامسة والسادسة

### مصطلحات

Reference input	دخل مرجعي	Final control element	عنصر التحكم النهائي	AC Motor	محرك تيار متردد
Response	استجابة	Flow meter	مقياس معدل التدفق	Actuator	مشغل
Response curve	منحنى الاستجابة	Flow rate	معدل التدفق	Analog	تناظري
Rise time	زمن تزايد الاستجابة	Forward path	مسار أمامي	Automatic Control	تحكم آلي
Root	جذر	Frequency	تردد	Block Diagram	مخطط صندوقي
Sensor	حساس	Gain	كسب	Characteristic Equation	المعادلة المميزة
Series	توالي	Input	دخل	Characteristics	خصائص
Set point	نقطة التحكم	Integral	تكاملي	Closed Loop	دائرة مغلقة
Settling time	زمن التحكم	Integral controller	منظم تكاملي	Control System	نظام تحكم
Signal transducer	محول الإشارة	Laplace transform	تحويل لابلاس	Control Valve	صمام تحكم
Stability	استقرار	Level	مستوى	Controlled variable	المتغير المتحكم فيه
Stability criteria	شرط الاستقرار	Manual control	تحكم يدوي	Controller	منظم
Step input	وحدة دخل درجية	Motor	محرك	Critical damping	إخماد حرج
System	نظام	On-off controller	منظم ثنائي الوضع	Damping	إخماد
Tachometer	تاكوميتر، عداد سرعة	Open loop	دائرة مفتوحة	DC Motor	محرك تيار مستمر
Time constant	ثابت الزمن	Output	خرج	Delay time	زمن التأخير
Time response	استجابة زمنية	Over damping	إخماد زائد	Derivative	تناضلي
Transducer	محول طاقة	Over shoot	تجاوز	Derivative controller	منظم تناضلي
Transfer function	دالة التحويل	Peak time	زمن الذروة	Design	تصميم
Transient response	استجابة عابرة	Performance	أداء	Digital	رقمي
Under damping	إخماد ناقص	Permanent response	استجابة دائمة	Disturbance	تشويش
Unit step	وحدة درجية	Pneumatic	نيوماتي، هوائي	Dynamic	ديناميكي
Unity feedback	تغذية مرتدة أحادية	Polynomial	كثير الحدود	Error	خطأ
		Potentiometer	مقياس الجهد	Feedback	تغذية مرتدة
		Process	عملية	Feedback path	مسار خلقي
		Proportional	تناسبي		
		Proportional Controller	منظم تناسبي		



# أنظمة التحكم الأوتوماتيكي - النظرية والتطبيق -



## تمهيد

تأتي هذه الحقبة في مجال التحكم الآلي وقد أعدت خصيصا لمتدربي تخصص التحكم الآلي والمنظومات الهيدروليكية والنيوماتية في الكليات التقنية، وذلك لتعريف المتدرب بمفاهيم التحكم الآلي Automatic control الذي أصبح حاضرا في كل مكان وزمان من حياتنا اليومية. لقد كانت رغبة الإنسان الجامعة في أن يتعلم من الطبيعة التي خلقها الله سبحانه وتعالى ووضع فيها أسراراً الفنون والإبداع أحد أهم الأسباب التي أدت إلى ظهور هذا العلم. وهذا الأخير يبحث في إمكانية تصميم وتصنيع منظومات هندسية تحاكي وتضاهي المنظومات البيولوجية بكل ما فيها من إبداع إلهي في الدقة والأداء. حيث يتجه العالم الحديث في هذه الآونة من الزمن نحو إدخال علوم الاتصال والتحكم في مختلف مجالات الحياة اليومية للإنسان وذلك بغرض تحسينها وجعلها أكثر رفاة وتقدم. فقد تطورت عبر التاريخ منظومات التحكم الآلي أو الأوتوماتي وذلك بتدخل الإنسان في عمل هذه المنظومات.

و لقد سبب إدخال الكمبيوتر ثورة هائلة في تقدم المنظومات الآلية، حيث إنه يقوم بتنفيذ أعباء كثيرة وحل مشكلات معقدة للغاية إذا ما أدخل في هذه المنظومات. فمثلاً في مجال العلوم العسكرية يقوم الكمبيوتر المستخدم في قواعد إطلاق الصواريخ بإرسال إشارة إلى الهدف ثم يستقبلها مرة أخرى بعد أن ترتد عن ذلك الهدف ويقوم أيضاً بتحليل هذه الإشارات بغرض تحديد وضع الهدف وسرعته واتجاهه بدقة بالغة ثم يقوم بإعطاء أوامر بإطلاق الصاروخ بسرعة معينة وفي اتجاه معين حتى يصيب الهدف. ولا تخفى مدى صعوبة هذه العملية على المتخصصين ولا سيما إذا علمنا أن هذا يجب أن يتم في ثوان معدودة.

ولو فرضنا أننا نعرف خواص المحكومة Plant وأيضا المكونات الداخلة ضمن تكوين منظومة التحكم الآلي الخاصة بهذه المحكومة فإنه يمكن طرح بعض الأسئلة وهي: ما هي خواص تلك المنظومة؟ وما هي المؤشرات الهامة التي تحكم أدائها؟ وما هي القيم التي يجب أن تكون عليها هذه المؤشرات حتى يمكن تقويم أي منظومة تحكم آلي؟

ويحتوي هذا المقرر على ستة وحدات وهي:

**الوحدة الأولى:** بعنوان علم الاتصال والتحكم الآلي ونتناول فيها المكونات الأساسية لأي منظومة تحكم آلي وبعض الأمثلة من الواقع.

**الوحدة الثانية:** بعنوان تعريفات وتطبيقات وأمثلة على اختصارات المخطط الوظيفي وننتاول فيها تعريفات باللغة الإنجليزية لأجزاء المخطط الوظيفي وأمثلة على منظومات التحكم النغلية ثم مقارنة بين دوائر التحكم المغلقة والمفتوحة ثم تصميم منظومات التحكم، وتتضمن الوحدة أمثلة محلولة

**الوحدة الثالثة:** بعنوان تحويل لابلاس ودالة التحويل وننتاول فيها المفهوم الرياضي لمنظومة التحكم الآلي والعلاقة بين الدخل والخرج. وتتضمن الوحدة أمثلة وتطبيقات على وضع النماذج الرياضية لمنظومات التحكم الأوتوماتيكي

**الوحدة الرابعة:** بعنوان الاستجابة الزمنية لنظام المرتبة الأولى والثانية وننتاول فيها الطريقة المستخدمة للحصول على الاستجابة الزمنية لنظم المرتبة الأولى والثانية.

**الوحدة الخامسة:** بعنوان تحليل الخطأ في أنظمة التحكم الآلي ونتطرق في هذه الوحدة إلى إشارة الخطأ التي تنشأ في دائرة التحكم المغلقة حيث نقوم بتحليلها ومن ثم استخدام النظم المختلفة للحصول على أداء مثالي للنظام.

**الوحدة السادسة:** بعنوان تحليل استقرار أنظمة التحكم الآلي وننتاول فيها دراسة استقرار النظم بطريقة روث Routh حتى نتمكن من الحصول على منظومة مستقرة في أدائها.

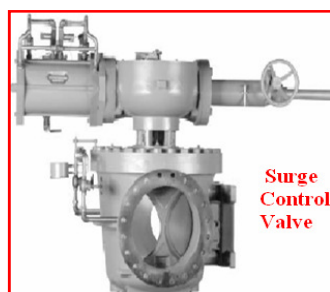
وفي ما يلي جدول يبين التطور التاريخي لعلم التحكم الآلي:

جايمس وات James Watt's	يطور نظام تحكم في سرعة المحرك البخاري باستخدام منظم القوة الطاردة fly ball governor	١٧٦٩م
مكسوال J.C.Maxwell	يقوم بصياغة نموذج رياضي للنظام تحكم في سرعة المحرك البخاري	١٨٦٨م
هانري فورد Henry Ford	يعمل خط إنتاج وتركيب سيارات	١٩١٣م
بود H.W.Bode	يقوم بتحليل تغذية المكبرات	١٩٢٧م
نيكويس H.Nyquist	يطور طريقة تحليل استقرار منظومات التحكم الآلي	١٩٣٢م
تطور التحكم الرقمي بجامعة مسشوست Massachusetts Institute of Technology	وذلك بالتحكم في محور ماكينة تشغيل	١٩٥٢م
جورج ديفول George Devol	يستخدم تحويل مقطع مبرمج للتحكم في أول روبوت	١٩٥٤م
ظهور أول روبوت والذي تم تشغيله سنة ١٩٦١		١٩٦٠م
تطور نماذج التحكم الأمثل		١٩٧٠م
استخدام التحكم الآلي بشكل واسع في السيارات وأنظمة التصنيع بشكل عام.		١٩٩٤م

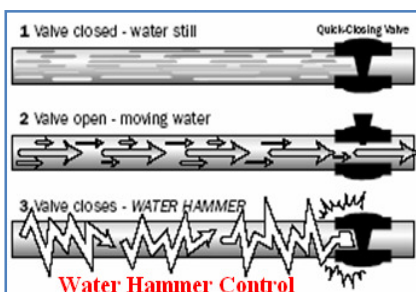
## About The Course:

It provides valuable & essential information about basics of Automatic Control Theory. We cover both theoretical & technical subjects. We discuss many basic elements of practical control systems, different control functions & relevant terminology, with emphasis on safety, stability & accuracy of control systems. PID controller is examined & discussed as example. This is essential for newcomers to Control Theory. Real-life examples are included in this course which is prerequisite or must be completed before attempting to study about the more advanced Automatic control systems.

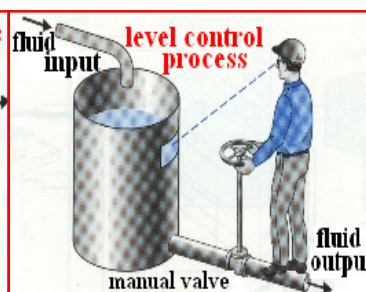
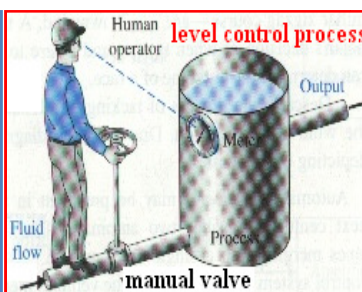




Surge Control Valve



Water Hammer Control



The subject of automatic controls is enormous, covering the control of variables such as temperature, pressure, flow, level, and speed. The objective is to provide an introduction to automatic controls. This too can be divided into two parts:

- The control of Heating, Ventilating and Air Conditioning systems (commonly known as HVAC); and
- Process control.

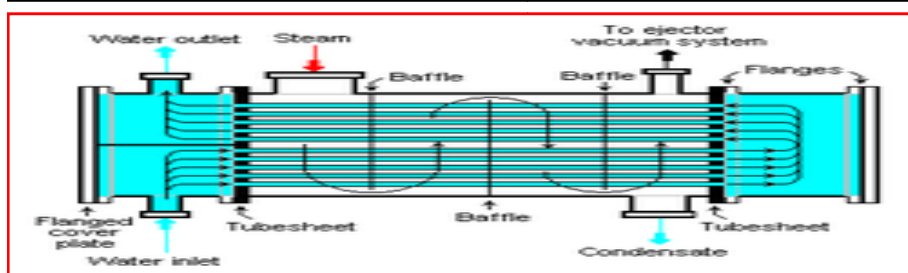
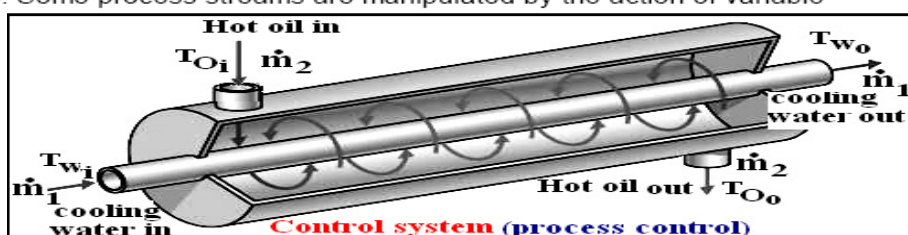
Both are immense subjects, the latter ranging from the control of a simple domestic cooker to a complete production system or process, as may be found in a large petrochemical complex.

The Controls Engineer needs to have various skills at his command - knowledge of mechanical engineering, electrical engineering, electronics and pneumatic systems, a working understanding of HVAC design and process applications and, increasingly today, an understanding of computers and digital communications.

Control is achieved by varying fluid flow using actuated valves. The usual requirement is to measure and respond to changes in temperature, pressure, level, humidity and flowrate. Almost the response must be within a given time. The control of fluids is not confined to valves. Some process streams are manipulated by the action of variable speed pumps or fans.

### What is a Control System?:

Control system is a process with some parameters/variables to be controlled (i.e.,  $T_{oil, out}$ ). 1<sup>st</sup>, these variables have to be measured by sensors. The sensors output signals (usually electric) are sent to a controller unit to do one or more control actions based on some preset data along with the measured values. This is also called a cooling process control. On fig., the controller may do needed control actions by controlling flow rate of either water or oil by using variable flow valves, or by changing rpm of variable speed pump.



### Course main Objective:

The intention of this course is to provide basic insight into the practical and theoretical facets of automatic control, to which other skills can be added in the future, not to transform an individual into a Controls Engineer. This course is confined to control of processes that utilise the following fluids: steam, water, compressed air and hot oils.

## What do we study in Process Control or Automatic Control Systems?

### Introduction to Process Control

Control in process industries refers to the regulation of all aspects of the process. Precise control of level, temperature, pressure and flow is important in many process applications. This module introduces you to control in process industries, explains why control is important, and identifies different ways in which precise control is ensured.

### Why do we need to study Control? (Importance of Process Control)

Refining, combining, handling, and otherwise manipulating fluids to profitably produce end products can be a precise, demanding, and potentially hazardous process. Small changes in a process can have a large impact on the end result. Variations in proportions, temperature, flow, turbulence, and many other factors must be carefully and consistently controlled to produce the desired end product with a minimum of raw materials and energy. Process control technology is the tool that enables manufacturers to keep their operations running within specified limits and to set more precise limits to maximize profitability, ensure quality and safety.

The following five sections are included in this module:

- The importance of process control
- Control theory basics
- Components of control loops and ISA symbology
- Controller algorithms and tuning
- Process control systems

### Activities & Questions in the course:

As you proceed through the module, answer the questions in the activities column on the right side of each page. Also, note the application boxes (double-bordered boxes) located throughout the module. Application boxes provide key information about how you may use your baseline knowledge in the field. When you see the workbook exercise graphic at bottom of a page, complete the designated exercise before moving on in the module. Work exercises help you measure your progress toward meeting each section's learning objectives.

## PERFORMANCE OBJECTIVE

After completing this module, you will be able to determine needed control loop components in specific process control applications.

## PROCESS

refers to methods of changing or refining raw materials to create end products. The raw materials, which either pass through or remain in liquid, gaseous, slurry (mix of solids & liquids) state during the process, are transferred, measured, mixed, heated or cooled, filtered, stored, or handled in other way to produce end product. Process industries include chemical industry, oil and gas industry, food and beverage industry, the pharmaceutical industry, the water treatment industry, and the power industry.

## PROCESS CONTROL

Process control refers to the methods that are used to control process variables when manufacturing a product. For example, factors such as the proportion of one ingredient to another, the temperature of the materials, how well the ingredients are mixed, and the pressure under which the materials are held can significantly impact the quality of end product. Manufacturers control the production process for three reasons: ☐ Reduce variability ☐ Increase efficiency ☐ Ensure safety

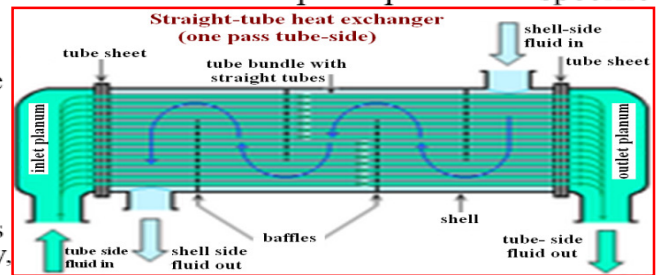
### Reduce Variability

Process control can reduce variability in the end product, which ensures a consistently high-quality product. Manufacturers can also save money by reducing variability. For example, in a gasoline blending process, as many as 12 or more different components may be blended to make a specific grade of gasoline. If the refinery does not have precise control over the flow of the separate components, the gasoline may get too much of the high-octane components. As a result, customers would receive a higher grade and more expensive gasoline than they paid for, and the refinery would lose money. The opposite situation would be customers receiving a lower grade at a higher price.

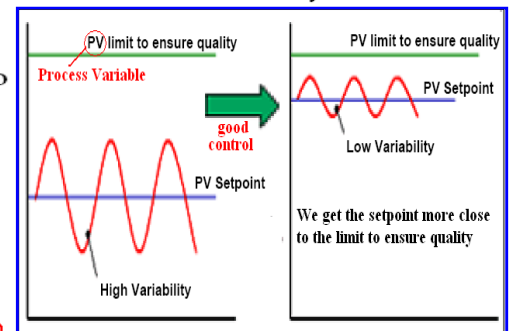
### Ensure Safety

A run-away process, such as an out-of-control nuclear or chemical reaction, may result if manufacturers do not maintain precise control of all of the process variables. The consequences of a run-away process can be catastrophic.

Precise process control may also be required to ensure safety. For example, maintaining proper boiler pressure by controlling the inflow of air used in combustion and the outflow of exhaust gases is crucial in preventing boiler implosions that can threaten safety of workers.

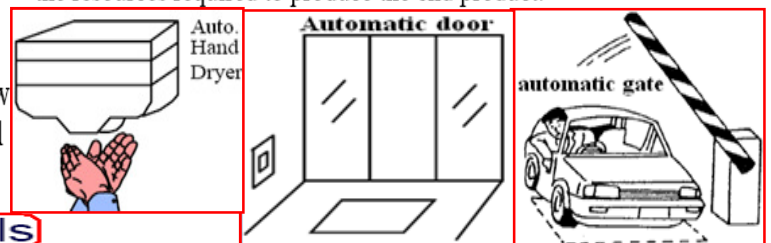


Reducing variability can also save money by reducing the need for product padding to meet required specifications. **Padding** (مبالغة/حشو) refers to the process of making a product of higher-quality than it needs to be to meet specifications. When there is variability in the end product (i.e., when process control is poor), manufacturers are forced to pad the product to ensure that specifications are met, which adds to the cost. With accurate, dependable process control, the **setpoint** (desired or optimal point) can be moved closer to the actual product specification and thus save the manufacturer money.



### Increase Efficiency

Some processes need to be maintained at a specific point to maximize efficiency. For example, a control point might be the temperature at which a chemical reaction takes place. Accurate control of temperature ensures process efficiency. Manufacturers save money by minimizing the resources required to produce the end product.



## The need for automatic controls

There are three major reasons why process plant or buildings require automatic controls:

- Safety** - The plant or process must be safe to operate. The more complex or dangerous the plant or process, the greater is the need for automatic controls and safeguard protocol.
- Stability** - The plant or processes should work steadily, predictably and repeatably, without fluctuations or unplanned shutdowns.
- Accuracy** - This is a primary requirement in factories and buildings to prevent spoilage, increase quality, production & maintain comfort. These are fundamentals of economic efficiency. Other desirable benefits such as **economy, speed, and reliability** are also important, but it is against above 3 major parameters that each control application will be measured.

## What are the Basics of Control Theory?

This section presents some of the basic concepts of control and provides a foundation from which to understand more complex control processes and algorithms later described in this module. Common terms: concepts relating to process control are defined in this section.

## LEARNING OBJECTIVES

After completing this section, you will be able to:

- ☐ Define control loop ☐ Describe the three tasks necessary for process control to occur:
  - Measure**
  - Compare**
  - Adjust**
- ☐ Define the following terms:
  - Process variable
  - Setpoint
  - Manipulated variable
  - Measured variable
  - Error
  - Offset
  - Load disturbance
  - Control algorithm
- ☐ List at least five process variables that are commonly controlled in process industries
- ☐ At a high level, differentiate the following types of control:
  - Manual versus automatic feedback control**
  - Closed-loop versus open-loop control**



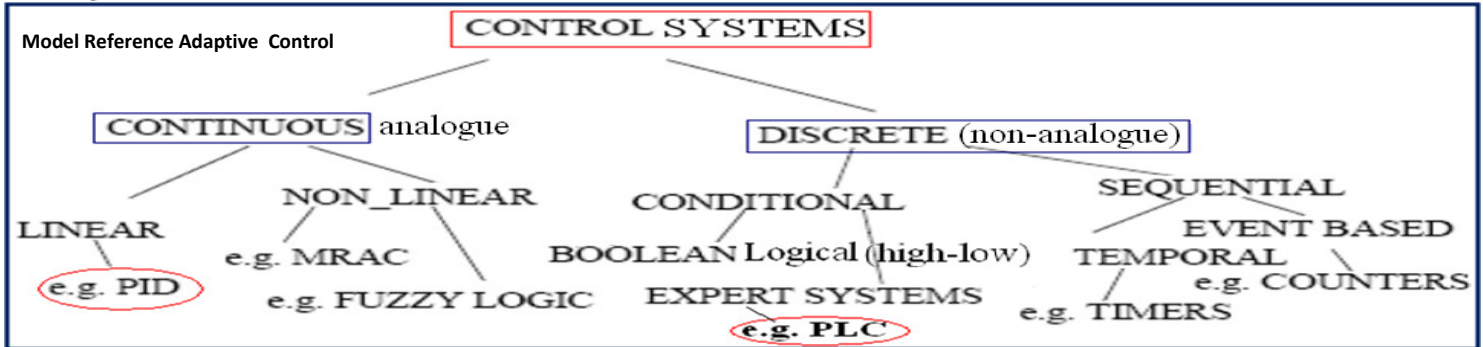
## What is a Control Loop?

Imagine you are sitting in a cabin in front of a small fire on a cold winter evening. You feel uncomfortably cold, so you throw another log on the fire. This is an example of a *control loop*. In the control loop, a variable (temperature) fell below the setpoint (your comfort level), and you took action to bring the process back into desired condition by adding fuel to the fire. The control loop will now remain static until the temperature again rises above or falls below your comfort level.

## THREE TASKS

Control loops in process control industry work in the same way, requiring three tasks to occur:

- Measurement
- Comparison
- Adjustment



- Continuous - values to be controlled change smoothly (have a function bet. I&O)
- Logical - The value to be controlled are easily described as on-off.
- Linear - Can be described with a simple differential equation. This is the preferred starting point for simplicity, and a common approximation for real world problems.
- Non-Linear - This is how the world works and mathematics becomes much more complex. e.g. as rocket approaches sun, gravity increases, so control must change.
- Sequential - A logical controller will keep track of time and previous events.

**Example: control problems in simple elevator**



**Logical:**

1. The elevator must move towards a floor when a button is pushed.
2. The elevator must open a door when it is at a floor.
3. It must have the door closed before it moves. etc.

**Linear:**

1. If the desired position changes to a new value, accelerate quickly towards the new position.
2. As the elevator approaches the correct position, slow down.

**Non-linear:**

1. Accelerate slowly to start.
2. Decelerate as you approach the final position.
3. Allow faster motion while moving.
4. Compensate for cable stretch, and changing spring constant.

**Sub-control system versus Main control system (Actual Industrial View):** a heat exchanger control system may be just a small part of a bigger group of processes which might have many steps/operations before the hot oil comes to the heat exchanger. We have sub-control system as part of main or general control system. In General, for any process it might be divided into many sub-processes, each one of the sub-processes performs a certain small operation or can also be divided into many sub-sub-process

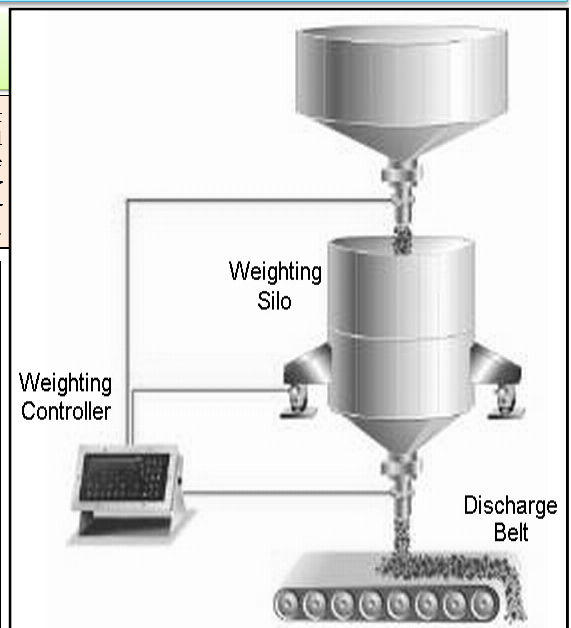
**Note that: most Hydraulic or Pneumatic systems are considered as sub-control sys and we study them as separate systems.**

**Example2-Weighting Process:** to weight a fixed amount of material to use in next industrial step. The control action is done by the weighting controller, when the batch weight reaches the required value the controller closes the upper feeding gate and opens the lower discharging gate after starting the discharge belt.

### Two Types of main Process control Operations

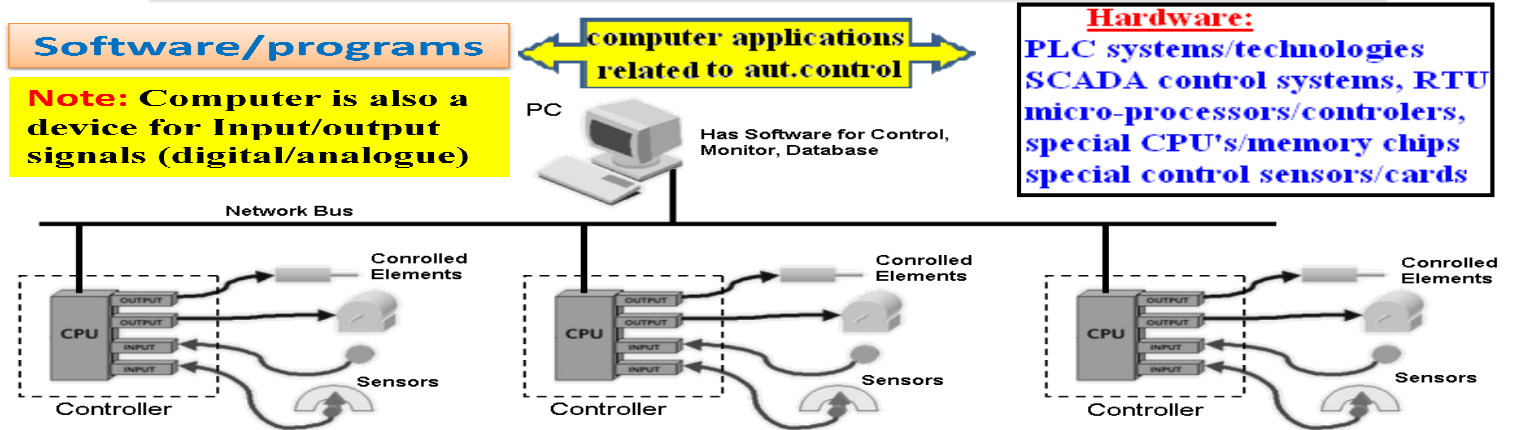
**1-Parameter Control:** is to control one parameter in a process. This parameter can be directly measured as pressure, temp,...Or can be calculated from others as density, viscosity. In heat exchanger cooling process, we just need to measure and control temperature of oil ( $T_{oilout}$ )

**2-Sequence Control:** certain sequence of operations to be done correctly. In the weighting process, the sequence in operations: -Open the feeding valve; -Wait till the weight reaches the required value; -Close the feeding gate; -Start the discharge belt; -Open discharge valve; -Wait till weight is zero; -Close discharge valve; -Stop discharge belt



Most of the complex industrial processes contain both operations, so in order to make efficient automatic control there are **ready made controllers** for each type of operations. Using the ready made controllers decrease the complexity of measuring or controlling single or multiple parts of the big complex process.

**Example:** For measuring weights in industry there are **Load Cells** which use physical properties (like tension or compression) to measure the weight, for each type of load cells it has its electronic controller which directly deal and interface it and gives an electric signal corresponding to the measured weight. So, here we haven't to deal with the physical properties and its complexity and problems (like instability, zero offset, accuracy, surrounding effects) and we only deal directly with an electrical signal.



**Automatic Control Using Computers:** When using # of **controller units** we deal directly with electric signals that have to be managed and controlled automatically. But, when we have a big process we also get a lot of electric signals which we have to deal with **correctly and efficiently**. **Correctly** means to do what is required from process to do. And **Efficiently** means to deal with other problems such as:

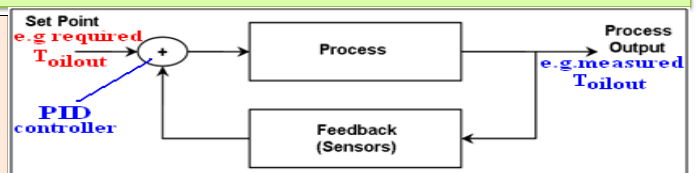
• **What happen if a controller fails? What if we have an overload in the system? How to manage and monitor all the process parts?** So, Modern control architecture with PCs is built on the following:  
**1-Each part of the process has its own controller** which has a program to fully control this part of the process. This controller has output signals to control the elements (like motors, valves) and has input signals to interface the sensors signals coming from the elements (like thermometer, potentiometer).  
**2-Then through connecting many controllers together with a PC by a network**, the main PC can manage the controllers (by sending set points for the controllers and the PC receives signals from the controllers to monitor the status of each controller) *مثال: تحكم مركزي فى شبكة توليد/توزيع للكهرباء من أكثر من محطة*

So, the PC can solve the problem of system overload by re-distributing the loads on the controllers, also the PC can take advanced actions in case of controller failure or emergency conditions. Also the PC can store large amount of information about the process in database and make statistical calculations or charts which is useful for process enhancement.

**Types of Controllers.** There are many types of controllers but we are going to focus only on **two** of them.

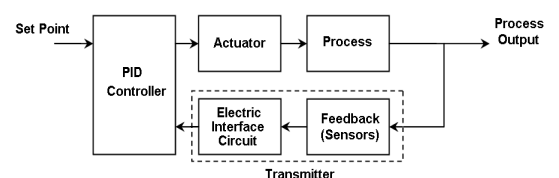
#### 1) PID Controller:

PID (Proportional Integral Differential) controller is mainly used in **Parameter Control**. To do a control on a parameter in a process we use the shown control loop.

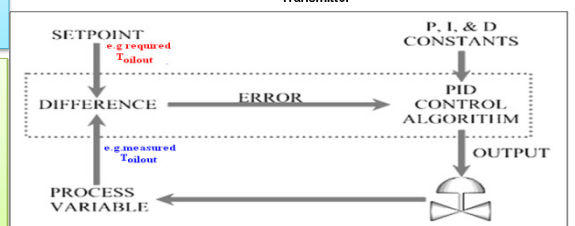


Digital PID controller has software performs normal control equations but in a digital form. So to do changes by this loop, the modern digital PID controller has to work with electrical digital signal

As we know that any process is in a physical analog mode, and the sensors supply very small signals (voltage or current) so we need an electric interface circuit to convert the signal to the suitable electric mode (voltage 0-10 V, current 4-20 mA), the sensor and the converter are called **Transmitter**. Also, in order to drive physical outputs we need a converter to change the electrical signal to the suitable physical action (like pressure, displacement, rotation, heat) and this converter is called **Actuator**. But now, Most of industrial elements have their own Transmitter and Actuator. **Example:** An electrically controlled valve has electric input signal (volt or current) to control the valve opening, the percentage of opening corresponds to the electric signal.



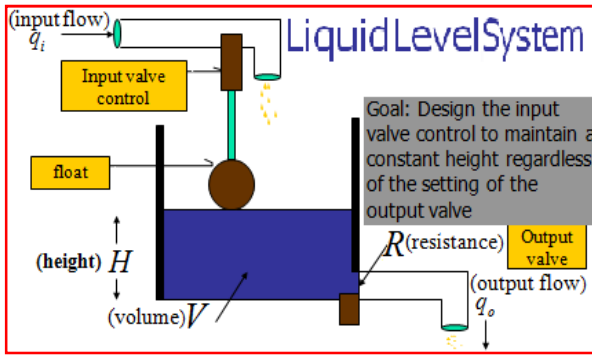
**How the PID controller works?** Basic function of controller is to execute algorithm on the control engineer's input (tuning constants), the operator desired operating value & current plant process values. The basic process variables are:  
**Set Points (SP):** The final or fixed value required for certain parameter (e.g., required  $T_{olout}$ )



**Manipulated Variables (MV):** variables which we can change in process (e.g., oil & water flow)  
**Controlled Variables (CV) or Process Variables (PV):** variables which need to control its values (e.g., measured  $T_{olout}$ ). In most cases, requirement for this controller is to act so that the PV is as close as possible to SP (e.g., required  $T_{olout}$ ). In a basic process control loop, the control engineer utilizes PID algorithms to achieve this through changing the values of MV. The PID controller is looking at is the difference between the PV and the SP. It looks at the absolute error and the rate of change of error.

**Overshooting versus Steady control:** When there is a "process upset", meaning the process variable or the set point quickly changes, the PID controller has to quickly change the output to get the process variable back equal to the set point. If you have a room with a walk-in cooler using a PID controller and someone opens the door and walks in, the temperature (process variable) could rise very quickly. Therefore the PID controller has to increase the cooling (output) to compensate for this rise in temperature. Once the PID controller has the process variable equal to the set point, a good PID controller will not vary the output. You want the output to be very steady (not changing). If the valve (motor or other control element) is constantly changing, instead of maintaining a constant value, this could cause more wear on the control element. So there are these two contradictory goals. Fast response (fast change in output) when there is a "process upset", but slow response (steady output) when the PV is close to the set point.





## الوحدة الأولى - علم الاتصال والتحكم الآلي

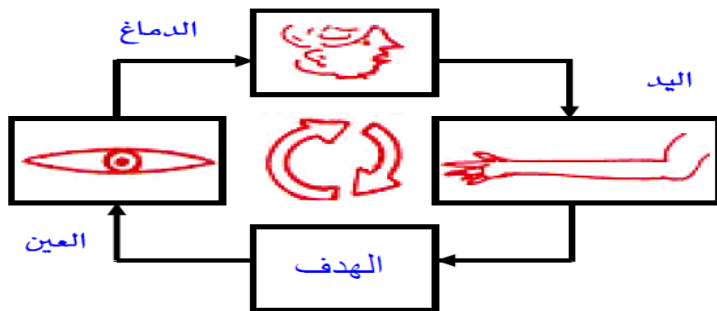
**الأهداف** بإكمال الوحدة الأولى يكون المتدرب قادراً على:

- \* أن يعرف علم الاتصال والتحكم الآلي
- \* أن يتعرف على عناصر منظومة التحكم الآلي انطلاقاً من بعض الأمثلة لبعض المنظومات
- \* رسم و/أو قراءة المخطط الوظيفي لأي منظومة تحكم آلي.
- \* أن يعدد العناصر المكونة لأي منظومة تحكم آلي.

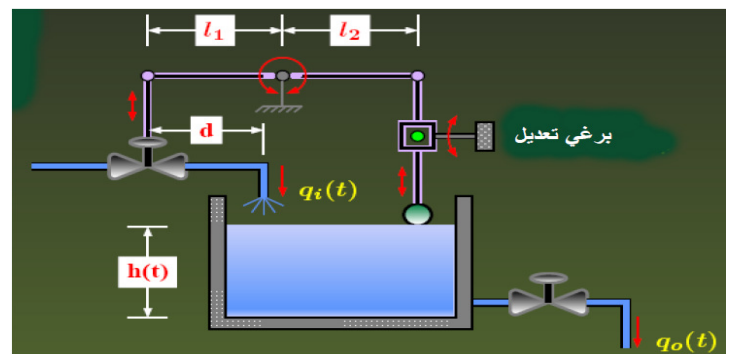
### ١- مقدمة:

يتجه العالم الحديث في هذه الآونة من الزمن نحو إدخال علوم الاتصال والتحكم الآلي في مختلف مجالات الحياة اليومية للإنسان وذلك بغرض تحسينها وجعلها أكثر رفاة وتقدم. وحتى نتعرف على مفهوم الاتصال والتحكم ومنظومات التحكم الآلي سوف نقوم بعمل مقارنة بين أنواع من المنظومات تبدو وكأنها مختلفة عن بعضها في مظهرها الخارجي. وقد وقع الاختيار على منظومات بسيطة في تركيبها حتى يتسنى لنا أن نستخلص منها بعض المفاهيم الأساسية في علوم التحكم والاتصال.

وشكل (١-١) يبين منظومة هندسية يمكن أن تستخدم في تثبيت مستوى السائل في الخزان عند قيمة معينة  $h_0$  يحددها المصمم مسبقاً. وعندما يحدد مستوى السائل  $h$  في الخزان عن هذه القيمة فإن العوامة Float سوف تتحرك إلى أعلى أو إلى أسفل وبالتالي سوف تتغير قيمة معدل التدفق  $q_i(t)$  على مستوى صمام دخول السائل وهو صمام التحكم. وبذلك يمكننا التحكم في معدل تدفق السائل إلى الخزان عبر صمام التحكم Control-valve فيعود مستوى السائل من جديد إلى قيمته  $h_0$ .



شكل (١-٢) منظومة الاقتراب من هدف معين (منظومة بيولوجية)



شكل (١-١): منظومة التحكم في مستوى سائل (منظومة هندسية)

وشكل (١-٢) يوضح منظومة بيولوجية موجودة في معظم الكائنات الحية وخاصة في الإنسان. وهذه المنظومة توضح كيف يستطيع الإنسان أن يقترب بيديه من هدف معين Object موضوع بعيداً عنه. وفي هذه الحالة يقوم الدماغ Brain بإرسال إشارات معينة عبر الجهاز العصبي إلى الذراع واليد Hand وهذه الإشارات تتسبب في أن يتحرك الذراع واليد تجاه الهدف المحدد وعندئذ يأتي دور العين Eye في مراقبة المسافة بين اليد وبين الهدف حيث يقوم الجهاز العصبي بإرسال إشارات مرتدة إلى الدماغ لكي يحيله علماً بالمسافة بين اليد والهدف. وتستمر هذه العملية الديناميكية في الحدوث إلى أن تلمس اليد الهدف وبذلك تكون المسافة النسبية بينهما صفراً.

أما شكل (١-٣) فيوضح منظومة كبيرة يتم على أساسها التحكم في تصنيع منتج معين، وفي هذه المنظومة توضع خطة لإنتاج هذا المنتج تبعاً لتقديرات عدد السكان ومعدل التزايد السكاني والعرض والطلب في الأسواق المتاحة. ثم ترسل الخطة الموضوعية للإنتاج إلى المصانع Factories لكي يتم تنفيذها. وبعد أن يطرَح المنتج للعرض في الأسواق تعمل دراسة لمقارنة الاحتياج الحقيقي لهذه السلعة في السوق بمعدلات الاستهلاك التي رسمت على أساسها الخطة الإنتاجية Production plan ثم يعاد النظر في الخطة المبدئية لتعديلها حسب حاجة السوق وترسل بذلك تعليمات إلى المصانع لكي تعدل من سياستها الإنتاجية. وتستمر هذه العملية إلى أن يصل المصممون إلى خطة تحقق التوازن المطلوب بين الاحتياج الحقيقي للسلعة ومعدلات إنتاجها.



شكل (١-٣): منظومة لوضع خطة إنتاج (منظومة كبيرة)

الجدير بالذكر أن النوع الأول من المنظومات قد سميها بالمنظومات الهندسية Engineering systems وهو ذلك النوع من المنظومات التي يقوم بتصميمها المهندسون لتحقيق غرض معين، مثل منظومات التحكم في درجات الحرارة في الثلاجات والأفران الصناعية، ومنظومات التحكم في آلات التشغيل في الورش الهندسية، ومنظومات التحكم في سرعات محركات الديزل والبنزين، ومنظومات الطيار الآلي لقيادة الطائرات أوتوماتياً، ومنظومات توجيه الصواريخ ذاتية الحركة... الخ.

أما النوع الثاني من المنظومات فقد سميها بالمنظومات البيولوجية Biological systems وهو ذلك النوع من المنظومات التي خلقها الله سبحانه وتعالى في الكائنات الحية لكي تحافظ على هذا الكائن بطريقة تلقائية دون أن يتدخل الكائن ذاته في ذلك ومن هذه المنظومات يوجد الكثير مثل منظومات التحكم في درجة حرارة الإنسان وجعلها ثابتة رغم تغير الظروف المناخية حوله، ومنظومات التحكم في نسبة السكر في الدم ومنظومات التحكم في الضغط... الخ.

أما النوع الثالث فقد سمي بالمنظومة الكبيرة Large scale systems وهو ذلك النوع من المنظومات الذي يدخل في إطاره عدد كبير من العوامل والمتغيرات مثل المنظومات الخاصة بخطة الإنتاج في الدولة، والمنظومات الخاصة بالتحكم في المرور في المدن المزدحمة، والمنظومات الخاصة بمشكلات التضخم في نظم النقد الدولية... الخ.

ولمقارنة هذه المنظومات بعضها ببعض يجب أن نطرح أولاً هذا التساؤل:

**ما هي الصفات المشتركة بين هذه الأنواع الثلاثة من المنظومات؟**

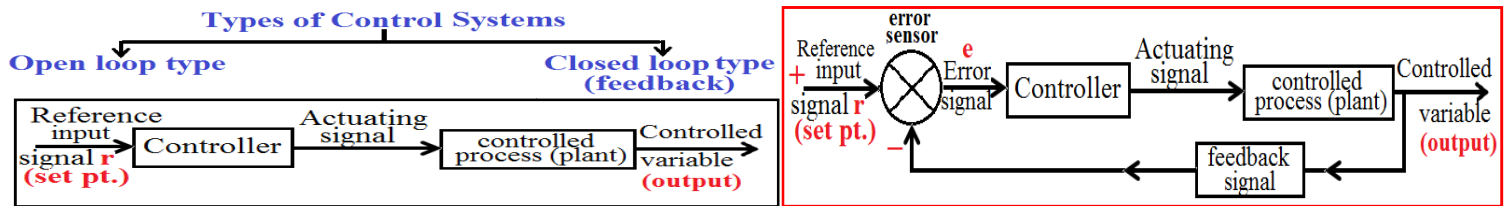
بالرغم من اختلاف هذه المنظومات في التركيب والتصميم والعناصر المادية التي تتكون منها كل منظومة إلا أنه توجد بينها بعض الصفات الأساسية المشتركة الآتية:



أ- إن سريان المعلومات Information flow (في صورة إشارات ميكانيكية - كهربائية - كهرومغناطيسية... الخ) بين عناصر ومكونات أي منظومة يعتبر شرطاً أساسياً لكي تعمل هذه المنظومة بطريقة صحيحة. فمثلاً إذا انهارت الوصلة بين العوامة والمقاومة المتغيرة في المنظومة المبينة بشكل (1-1) سوف لا تؤدي الفرض المطلوب منها بالطريقة الصحيحة.

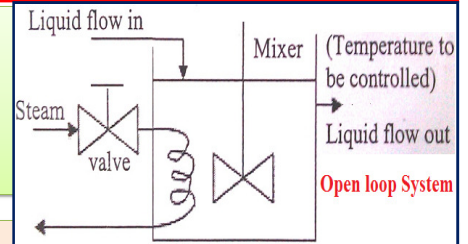
ب- إن العمليات التي تتم في هذه المنظومات تشتمل على الآتي :

- ♦ تحويل وحفظ هذه المعلومات ثم معالجتها بطريقة معينة بحيث نحصل على صورة دقيقة عن أداء كل عنصر في المنظومة وكذلك عما يحيطها من ظروف خارجية تؤثر عليها (المقاومة المتغيرة - المحرك - الدماغ... الخ).
- ♦ استخدام نتائج معالجة المعلومات التي حصلنا عليها في صورة تغذية مرتدة لكي يمكن بواسطتها التحكم في متغير معين أو عدة متغيرات وذلك عن طريق عنصر تحكم نهائي (الصمام - اليد... الخ).



**Open loop:** output information about Controlled variable (i.e, temp of liquid in tank) is not used to control/adjust any system inputs (liquid/steam) in order to compensate for any variations in process variables.

**How to Control:** A prediction/guess is made about what the input (i.e., opening of the steam manual valve) should be to get a desired output. This Prediction is based on some past experience or knowledge about the system or is based on trial & error to get the desired output.



#### Examples:

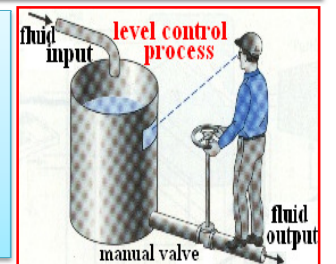
**1-Toasters:** the quality of toast (i.e, the output) will vary with type of bread, initial temp. of toaster.

**2-Automatic Washing Machine:** the cleanliness of clothes depends on correct assessment of amount of the soap & the used program or the length of used washing cycle & its temperature required.

**Note:** in both examples, we can not or do not measure exact values of the required output.

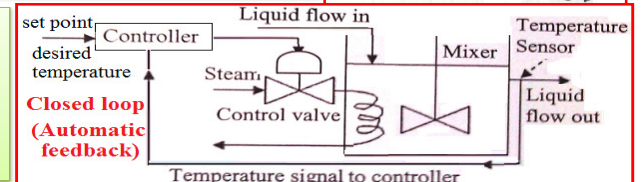
**Disadvantage of Open loop:** is frequently **unsatisfactory** because any unexpected disturbance to the system inputs can cause large deviation in the desired output.

**Advantages:** Less expensive than closed loop; No need to measure actual results; Controller is much simpler because corrective action based on error is not needed. Often human operator must do correction by slowly changing output disturbance by manual adjustment. In this case, the operator is actually closing the loop by providing both the output measurement, feedback signal and error comparison.



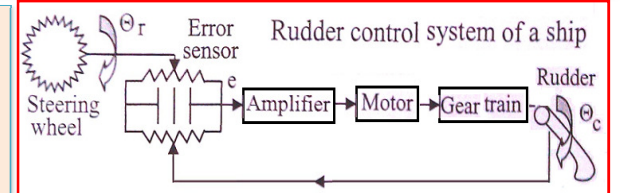
**Closed loop:** it uses information about a Controlled variable (i.e, temp of liquid in tank) to control/adjust system inputs (liquid/steam) in order to compensate for any variations in the process output variable.

**How to Control:** a temperature sensor produces an electric/pneumatic signal proportional to output temp.

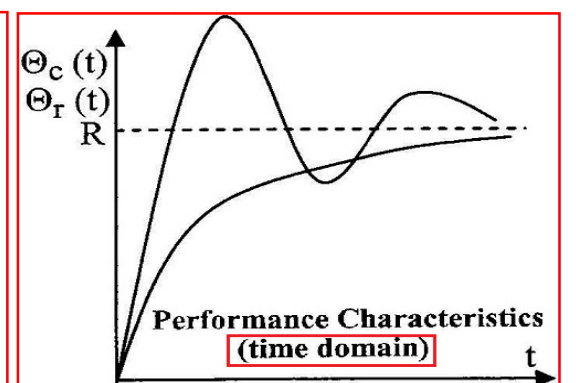
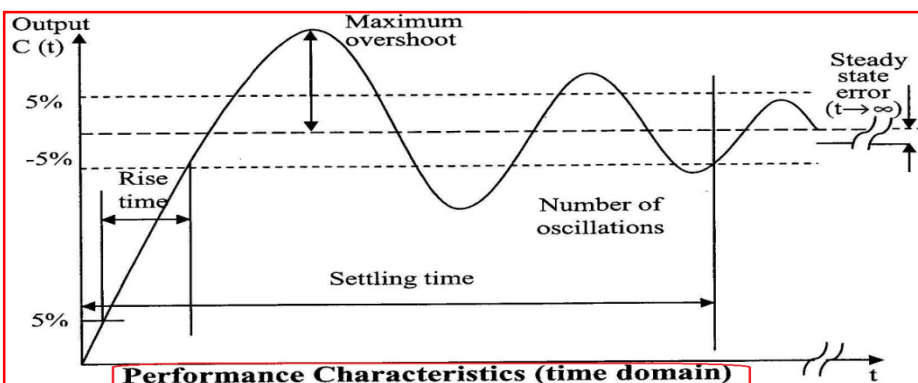


Controller compares feedback signal to desired set point. If difference/error exists, controller sends signal to control valve to change the size of valve opening to be appropriate to necessary temp. correction action

**Example:** Objective is control rudder position, and the reference input is set by the steering wheel. Error bet. Relative positions of wheel & the rudder is the signal that actuates controller & the motor. If rudder is finally aligned with desired reference direction, the output of error sensor is zero. For step input R, 1<sup>st</sup> fig. shows rudder position  $f(t)$  depending on system characteristics.



Because all physical systems have electrical and mechanical inertia, the position of the rudder cannot respond instantaneously to step input, but will rather, more gradually towards the final desired position. Often the response will oscillate about the final position before settling. It is apparent that for the rudder control it is desirable to have a non-oscillatory response.





## ١- ١ تعريف التحكم الآلي:

التحكم الآلي هو ذلك الاتجاه الحديث الذي يوحد اتجاه المتخصصين في المجالات المختلفة مثل المهندسين والبيولوجيين وعلماء النفس والمجتمع والرياضيات وذلك عن طريق استحداث أسلوب تفكير مشترك يجمع بينهم جميعاً، فهي تمثل عصر تنكامل العلوم. وتستند أجهزة ومعدات منظومات التحكم الآلي في تصميمها على وضع نماذج رياضية للمنظومة ثم استخدام الحاسبات الإلكترونية السريعة في محاكاة العمليات الطبيعية التي تصنها هذه النماذج.

وقد نجح المتخصصون في علوم التحكم الآلي في تصميم وتنشيع الإنسان الآلي Robot وهو عبارة عن آلة تستطيع أن تنفذ بعض العمليات والأوامر المبرمجة. الإنسان الآلي له مجالات نفع كبيرة إذ أنه يستخدم في أن يحل محل الأدميين في بعض الأماكن التي تشكل خطورة على حياتهم مثل العمل في المفاعلات الذرية والمصانع وخطوط الإنتاج وعمليات التنظيف المختلفة. كما أمكنهم تصميم وتنشيع الطبيب الآلي الذي يقوم بتشخيص الأمراض بدقة بالغة وذلك بإمداده ببعض المعلومات الخاصة عن الحالة المرضية للشخص. وفي هذا المجال أمكن الاستفادة من الخبرات السابقة لكبار الأطباء المتخصصين في برمجة أساليب التشخيص المتقدمة و أوتوماتيتها حتى يستفيد منها أكبر عدد من الأشخاص. بالإضافة إلى ذلك توجد بعض أجهزة ومعدات منظومات التحكم الآلي المتطورة في مجال أوتوماتية التعليم والاقتصاد وعلوم الاجتماع واللغويات.

## ١- ٢ تعريف منظومة التحكم الآلي:

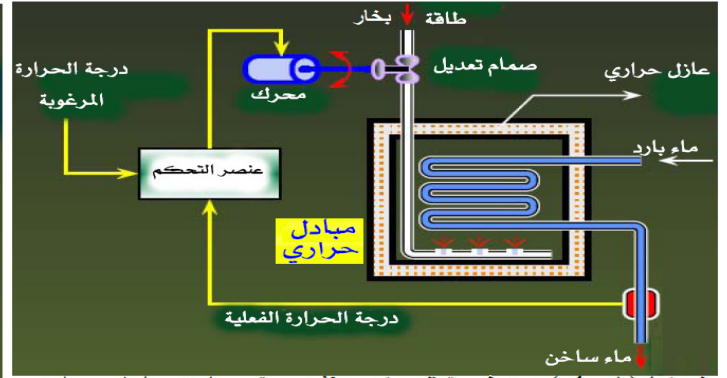
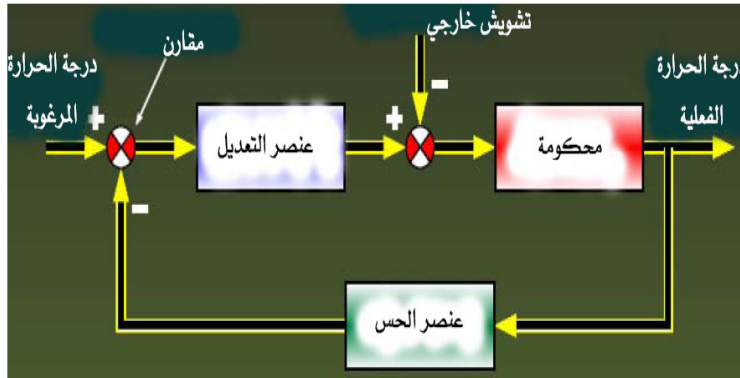
هي مجموعة عناصر تحافظ على نتيجة مرغوبة عن طريق معالجة قيمة متغير ثان في النظام.

## ٢- ٢ منظومات التحكم الآلي الهندسية Automatic control systems:

يمكن تعريف منظومة التحكم الآلي بأنها عبارة عن مجموعة من الأجهزة والمعدات التي ركبت على منشأة هندسية بطريقة معينة بحيث يمكن التحكم والسيطرة على بعض أو كل المتغيرات الهامة في هذه المنشأة. وهذه السيطرة تتم بطريقة محسوبة بحيث يتحقق الهدف الأساسي System objective الذي سميت من أجله هذه المنظومة. ولكي نتفهم المصطلحات الفنية المستخدمة في هذا المجال سوف نورد فيما يلي بعض المنظومات شائعة الاستخدام في الصناعة مع شرح موجز لكل منها. ومن ثم سوف نوضح كيف يمكن تجريد هذه المنظومات من محتواها المادي إلى منظومة تجريدية موحدة تعمل بمبدأ موحد ينطبق على معظم هذه المنظومات.

## ٢- ٢- ١ منظومة التحكم في درجة حرارة مبادل حراري heat exchanger:

شكل (١- ٤) يبين منظومة التحكم في درجة حرارة مبادل حراري حيث يقاس التغير في درجة حرارته بواسطة عنصر قياس هذا التغير يتم تحويله إلى فرق جهد الذي يقع تنكبيره عن طريق منسجم فولتية أو جهد Voltage amplifier ثم يغذى إلى ملف الحث لمحرك كهربائي متزامن يقوم بالتحكم في معدل تصرف البخار المار إلى المبادل الحراري. وتستمر عملية قياس الخطأ في درجة الحرارة بواسطة عنصر الحس والمقارن، حيث يتم التحكم في معدل تصرف البخار المار إلى المبادل الحراري تبعاً لقانون معين تحدده طبيعة العناصر الداخلة في تصميم المنظومة (المقاومة - المحرك... الخ) إلى أن تسلك درجة حرارة المبادل إلى الدرجة المطلوبة. وشكل (١- ٥) يبين المخطط الوظيفي لهذه المنظومة.

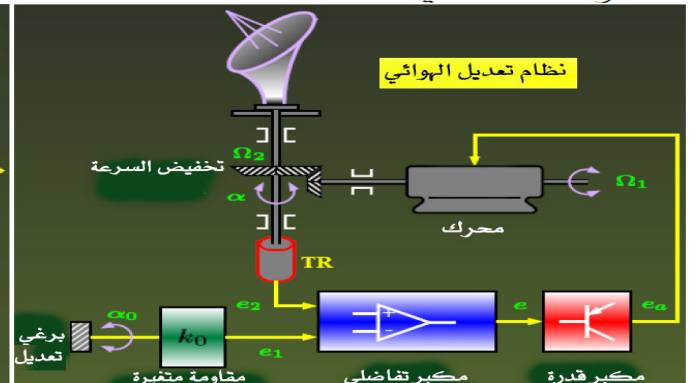
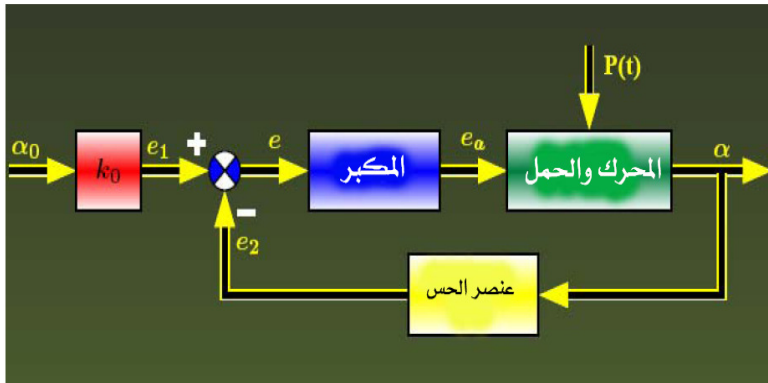


شكل (١- ٥) المخطط الصندوقي لمنظومة تحكم في درجة حرارة مبادل حراري

شكل (١- ٤): منظومة تحكم في درجة حرارة مبادل حراري

## ٢- ٢- ٢ منظومة التحكم في هوائي:

لقد انتشرت الهوائيات في هذا العصر وذلك لتمكين الإنسان من التعرف على الأخبار العالمية في مختلف القنوات الفضائية، ولتتمكن من التقاط هذه القنوات يجب التحكم في وضع سحن الهوائي لكي تتمكن من تحديد وضع القمر الاصطناعي المناسب مثل Arabsat و Nilesat وغيرها من الأقمار الاصطناعية.



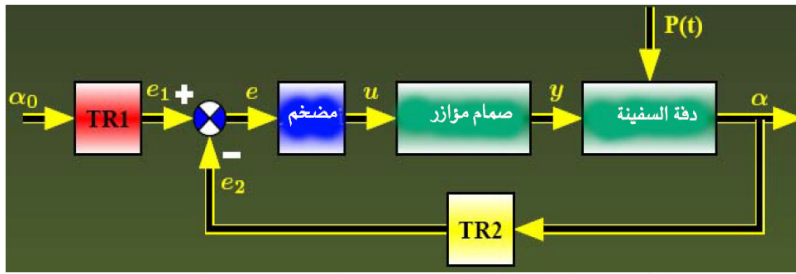
شكل (١- ٧): المخطط الصندوقي لمنظومة تحكم في هوائي

شكل (١- ٦): منظومة تحكم في هوائي

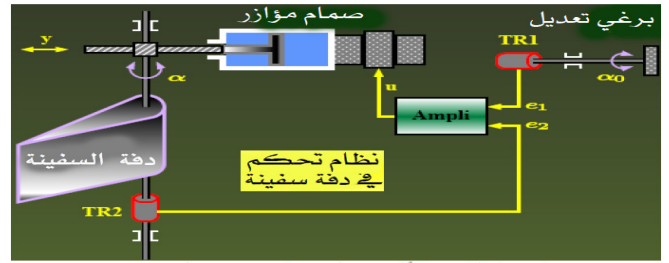
## ٢- ٣ منظومة تحكم في دفة سفينة:

شكل (١- ١٨) والشكل (١- ٨) يبين إحدى منظومات التحكم المستخدمة في توجيه السفن حيث يتم التحكم في اتجاه الدفة وذلك بالتحكم في وضع أسطوانة باستخدام صمام تناسبي وعند مخرج قضيب أسطوانة نجد نظام تحويل الحركة الخطية إلى حركة زاوية وذلك لتحريك الدفة في اتجاه عقارب الساعة أو عكس عقارب الساعة وذلك يمكننا من التحكم بشكل دقيق في وجهة السفينة.  $TR_1$ : مقياس جهد عند الدخل محدد القيمة المرغوبة،  $TR_2$ : مقياس جهد عند الخرج وهو عنصر قياس





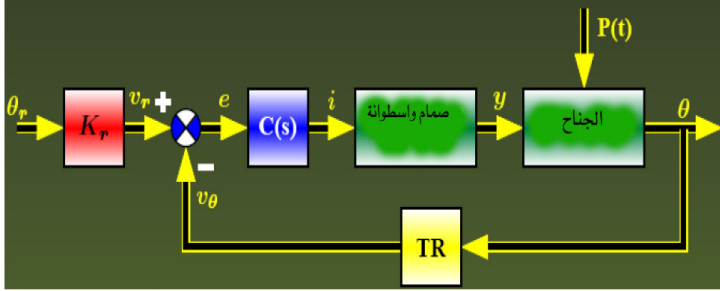
شكل (١-٨): المخطط الصندوقي لمنظومة تحكم في دفة سفينة



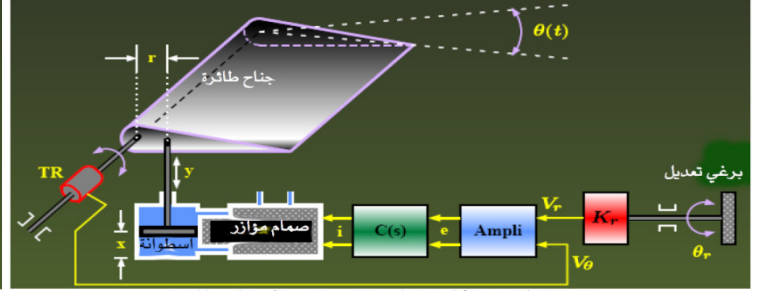
شكل (١-٩): منظومة تحكم في دفة سفينة

## ٢- ٤ منظومات تحكم في جناح طائرة:

شكل (١-٩) والشكل شكل (١-٩) يبين إحدى منظومات التحكم المستخدمة في توجيه جزء من جناح طائرة حيث يتم التحكم في اتجاه هذا الجزء وذلك بالتحكم في وضع أسطوانة باستخدام صمام موازر بحيث تتحول الحركة الخطية إلى حركة زاوية وذلك لتحريك جزء الجناح في اتجاه عقارب الساعة أو عكس عقارب الساعة وذلك يمكننا من التحكم بشكل دقيق في مستوى ارتفاع الطائرة.



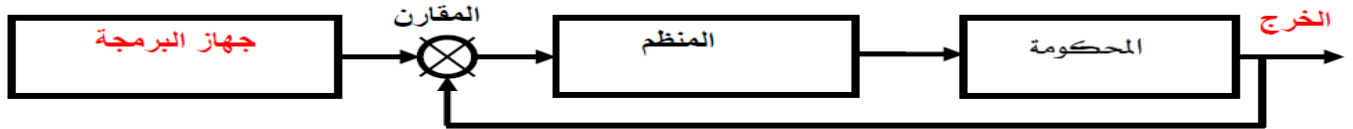
شكل (١-٩) المخطط الصندوقي لمنظومة تحكم في جناح طائرة



شكل (١-٩): منظومة تحكم في جناح طائرة

## ٢- ٥ منظومات التحكم الآلي المبرمج:

شكل (١-١٠) يبين المخطط الوظيفي لهذا النوع من المنظومات. وهي تختلف عن المنظومات السابقة بأنه يوجد بها جهاز للبرمجة Programmer يقوم بعمل برنامج معين يجب أن يتبعه متغير التحكم. وتوجد أنواع كثيرة من وسائل البرمجة منها الميكانيكية وتستخدم عندما يكون البرنامج بسيطاً نسبياً، ومنها الإلكترونية والرقمية وهي تتمتع بإمكانات هائلة في تغيير أي برنامج مطلوب مهما كانت درجة تعقيد.



شكل (١-١٠): منظومة تحكم آلي مبرمج

## ٢- ٦ المصطلحات الفنية المستخدمة في منظومات التحكم الآلي:

لعل أهم شيء يمكن أن نستنتج به بعد دراستنا للمنظومات السابقة هو أنه يمكن تمثيلها بواسطة مخطط وظيفي عام يصف النظرية الأساسية في عمل هذه المنظومات وهي نظرية التغذية المرتدة Feedback. وشكل (١-١١) يوضح هذا الرسم.



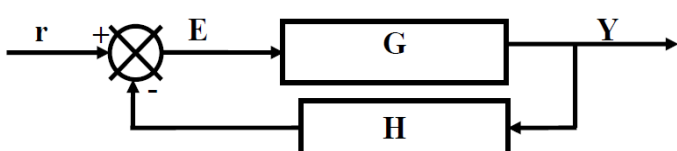
شكل (١-١١): المخطط العام لمنظومات التحكم الآلي

عندما يؤثر على المحكومة Plant تشويش خارجي (External disturbance) أو عندما تتغير قيمة الإشارة المطلوبة Reference signal (r) فإنه سوف تتولد إشارة خطأ (Error signal) (e) تمثل الفرق بين القيمة الفعلية لمتغير التحكم (Controlled variable) (y) والقيمة المطلوبة (r). بعد ذلك تغذي إشارة الخطأ (e) إلى المنظم Controller فيقوم بإخراج إشارة تحكم (Control) (u) ويؤثر بها على المحكومة Plant بحيث يتم تصحيح القيمة الفعلية لمتغير التحكم. وحيث إن الرسم التخطيطي Block diagram المعطى في شكل (١-١١) يمكن تعميمه على معظم منظومات التحكم الآلي فإننا سوف نورد فيما يلي بعض المصطلحات الفنية في هذا المجال حتى يتبلور لدينا مفهوم محدد لكل مصطلح من هذه المصطلحات.

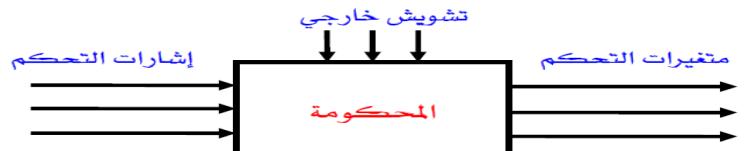
## ٣- ١ المحكومة plant:

هي تلك المنشأة الهندسية أو العملية التقنية أو الماكينة التي يراد التحكم في أحد أو عدد معين من المتغيرات عند مخرجها وهذه المتغيرات تسمى بمتغيرات التحكم (Controlled variable) (y) كما هو مبين في شكل (١-١٢).

والمحكومة يمكن أن تقع تحت تأثير تشويش خارجي (External disturbance) (بالطبع يكون ذا أثر غير مرغوب فيه وغالباً ما يكون عشوائياً Stochastic) يتسبب في أن تحديد قيمة متغير التحكم عن القيمة المطلوبة. ومن جهة أخرى تقع المحكومة تحت تأثير إشارة أخرى تأتي إليها من جهة المنظم وهي إشارة التحكم (Control action) (u) ولكن هذه الإشارة تختلف عن إشارة التشويش (lambda) في أنها إشارة محسوبة بقانون معين من قبل المنظم بالإضافة إلى أنها تحاول تصحيح قيمة متغير التحكم بعكس إشارة التشويش. وشكل (١-١٢) يبين كيفية تمثيل المحكومة والإشارات المؤثرة عليها.



شكل (١-١٣): منظومة تحكم آلي



شكل (١-١١): الإشارات التي تؤثر على المحكومة



### ٣-٢ عنصر الحس ومحول الإشارة:

لكي تتم مقارنة القيمة الفعلية لمتغير التحكم بالقيمة المطلوبة فإنه يلزم قياسها بواسطة جهاز قياس مناسب يحتوي على عنصر حس Sensor يتأثر تأثراً ملحوظاً بتغير القيمة الفعلية لمتغير التحكم. وفي كثير من الأحوال يحتاج المصمم إلى أن يغير نوع الإشارة الخارجة من عنصر الحس إلى نوع آخر (مثلاً تحويل الإشارات الميكانيكية إلى كهربائية... إلخ) يتناسب مع طبيعة مكونات المنظومة ولذلك يستخدم ما يسمى بمحول الإشارة Transducer وهو عنصر يتوقف تكوينه على نوع الإشارة الداخلة إليه والخارجة منه.

### ٣-٣ المنظم: Controller

هو جهاز يعمل بقانون معين يسمى قانون التحكم Control law وهذا القانون يحدد العلاقة التي تربط إشارة الخطأ Error signal ( $\epsilon$ ) بإشارة التحكم Control action ( $\mu$ ) التي يخرجها المنظم. ويعتبر المنظم من أهم مكونات منظومة التحكم ويحتاج في تصميمه وضبطه إلى عناية فائقة ودراسة دقيقة. ويشتمل المنظم في كثير من الأحيان على مقارن Comparator يقوم بمقارنة القيمة الفعلية لمتغير التحكم بالقيمة المطلوبة التي تغذي المنظم عن طريق جهاز ضبط الإشارة Set point device.

### ٣-٤ عضو التحكم النهائي: Final Control Element

وهو محرك (كهربائي - هيدروليكي - هوائي... إلخ) ذو قدرة عالية ومسؤول عن تنفيذ إشارة التحكم والتأثير بها على المحكومة بفرض ضبط وتصحيح قيمة متغير التحكم.

### ٣-٥ المنظومة المفتوحة والمنظومة المغلقة:

المنظومة المفتوحة هي المنظومة التي لا تتوقف إشارة التحكم فيها على القيمة الفعلية لمتغير التحكم أما في المنظومة المغلقة فإن إشارة التحكم ( $\mu$ ) تتوقف بكيفية أو بأخرى على القيمة الفعلية لمتغير التحكم.

### ٣-٦ التغذية المرتدة:

إن فكرة التغذية المرتدة تعتبر الأساس الأول في تصميم منظومات التحكم الآلي. وهذه النظرية تقوم على أساس مقارنة القيمة الفعلية لمتغير التحكم بالقيمة المطلوبة ثم تحديد إشارة تحكم مناسبة تتوقف بكيفية أو بأخرى على قيمة إشارة الخطأ Error signal ( $\epsilon$ ) الناتجة من عملية المقارنة السابقة. وإذا ألقينا نظرة على جميع المنظومات التي قدمناها سابقاً لوجدنا أن نظرية التغذية المرتدة تمثل قاسماً مشتركاً أعظم بين جميع المنظومات الآلية حتى أنه لا يطلق على المنظومة اسم منظومة تحكم آلي إلا إذا تواجدت فيها فكرة التغذية المرتدة لمتغير التحكم.

### ٣-٧ التغذية المرتدة السالبة والموجبة:

إذا نتج عن عملية المقارنة السابقة طرح قيمة متغير التحكم من القيمة المطلوبة فإن التغذية المرتدة في هذه الحالة تسمى تغذية مرتدة سالبة وإذا كانت الإشارة الخارجة من المقارن تمثل مجموع القيمتين فيقال إن التغذية المرتدة موجبة. وجميع منظومات التحكم الآلي تعمل بنظرية التغذية المرتدة السالبة أي أن المنظومة تعمل على أساس إشارة الخطأ Error signal ( $\epsilon$ ).

### ٣-٨ المسار الأمامي ومسار التغذية المرتدة في المنظومة:

المسار الأمامي في المنظومة هو المسار الذي يبدأ من إشارة الخطأ إلى أن يصل إلى متغير التحكم، أما مسار التغذية المرتدة فهو المسار العكسي ويبدأ من إشارة متغير التحكم إلى مدخل المقارن.

### ٣-٩ المنظومة الآلية المؤازرة Servomechanism

هذا نوع من المنظومات يترجم أحياناً بأنه منظومة تحكم آلي وهذا صحيح إلا أنه منظومة تتميز عن المنظومات الأخرى بأن متغير التحكم فيها هو كمية ميكانيكية أو تفاضلاتها مثل وضع الجسم وسرعته وعجلته... إلخ.

### ٣-١٠ دالة الهدف Objective function

لكل منظومة من منظومات التحكم الآلي يوجد هدف معين تعمل على تحقيقه، وعادة يصاغ الهدف الذي يجب أن تحققه المنظومة في صورة دالة رياضية تسمى دالة الهدف Objective function، وبالطبع يتوقف تصميم المنظومة ومكوناتها على نوع وطبيعة دالة الهدف الموضوع لها. فمثلاً يمكن أن تكون دالة الهدف هو الانتقال بالمحكومة Plant من حالة إلى حالة أخرى في أقل زمن ممكن وبأقل خطأ... إلخ.

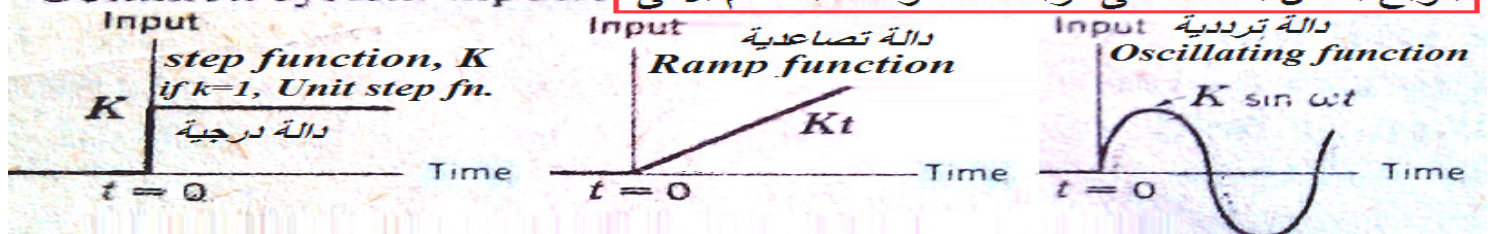
وعموماً فإنه توجد طرق متعارف عليها بين المهندسين لتمثيل مكونات وعناصر منظومات التحكم الآلي، فمثلاً يرمز للمقارن Comparator بالرمز المبين في الجدول (١-١)، وهو دائرة مقسمة إلى أربعة أقسام يكتب على كل منها العملية الرياضية التي يجب أن تجري على الإشارة الداخلة (إما طرح أو جمع). وتدخل إلى المقارن إشارة أو أكثر وتخرج منه إشارة واحدة تكون هي ناتج العمليات الرياضية التي يقوم بها المقارن على الإشارات الداخلة إليه، أما العناصر الأخرى في المنظومة فيمكن تمثيلها بواسطة مستطيل تدخل إليه بعض الإشارات ممثلة بواسطة أسهم داخلة وتخرج منه إشارات أخرى ممثلة بأسهم خارجة كما هو مبين في جدول (١-١) والإشارات التي تؤثر على أي عنصر تسمى بالإشارات الداخلة Input signals، أما الإشارات الخارجة منه فتسمى بالإشارات الخارجة Output signals والمخططات الوظيفية الخاصة بمنظومات التحكم الآلي التي سبق شرحها

			العنصر
$y=f(x,t)$	$z=x+r-y$	$z=x-y$	الدالة

جدول (١-١)

وكذلك المخطط الوظيفي المعمم المبين في شكل (١-١٠) يبين كيفية تمثيل العناصر والمكونات في المنظومة. وإذا اعتبرنا المنظومة في الشكل (١-١٣) والتي تتكون من عنصرين  $H, G$  والمقارن فإن العنصر  $G$  يمثل المسار الأمامي للمنظومة، أما العنصر  $H$  فيمثل مسار التغذية المرتدة. وهذه المنظومة تمثل منظومة مغلقة، أما إذا تخيلنا أن مسار التغذية المرتدة قد قطع في نقطة ما فإن المنظومة تتحول من منظومة مغلقة (أي منظومة تحكم آلي) إلى منظومة مفتوحة Open-loop system.

### أنواع الدخل الشائعة في دراسة منظومات التحكم الآلي Common system inputs.





## خلاصة الباب الأول

- التحكم الآلي هو ذلك الاتجاه الحديث الذي يوحد اتجاه المتخصصين في المجالات المختلفة لاستحداث أسلوب تشيكل مشترك بين المهندسين والبيولوجيين وعلماء النفس والمجتمع والرياضيات، فهو يمثل عصر تكامل العلوم.
- منظومة التحكم الآلي عبارة عن مجموعة من الأجهزة والمعدات التي ركبت على منشأة هندسية بطريقة معينة بحيث يمكن التحكم والسيطرة على بعض أو كل المتغيرات الهامة في هذه المنشأة. وهذه السيطرة تتم بطريقة محسوبة بحيث يتحقق الهدف الأساسي الذي سممت من أجله هذه المنظومة.
- كل منظومة تحكم آلي يمكن تمثيلها بواسطة مخطط وظيفي معمم يصف النظرية الأساسية في عمل هذه المنظومة وهي نظرية التغذية المرتدة (Feedback).
- إن فكرة التغذية المرتدة تعتبر الأساس الأول في تصميم منظومات التحكم الآلي، وهذه النظرية تقوم على أساس مقارنة القيمة الفعلية بالقيمة المطلوبة ثم تحديد إشارة تحكم مناسبة تتوقف بكنيفية أو بأخرى على قيمة إشارة الخطأ (Error signal) الناتجة من عملية المقارنة. إذن لا يطلق اسم منظومة تحكم آلي إلا إذا تواجدت فيها فكرة التغذية المرتدة لمغيار التحكم.
- المصطلحات الفنية المستخدمة في مجال التحكم الآلي هي:
  - المحكومة
  - عنصر الحس ومحول الإشارة
  - التغذية المرتدة السالبة والموجبة
  - المسار الأمامي ومسار التغذية المرتدة في المنظومة
  - دالة الهدف
  - المنظم
  - عناصر التحكم النهائي
  - المنظومة الآلية الموازنة

\*\*\*\*\*

### تمارين - ١ -

- ١- ما هي الصفات المشتركة بين المنظومة الهندسية، والمنظومة البيولوجية، والمنظومة الكبيرة ؟
- ٢- ما هي العمليات التي تتم في منظومات التحكم الآلي ؟
- ٣- عرف منظومة التحكم الآلي ؟
- ٤- ارسم المخطط الوظيفي المعمم لمنظومات التحكم الآلي ؟
- ٥- ما هي التغذية المرتدة ؟

### تمرين رقم ٢:

١- الإشارات التي تؤثر على المحكومة هي: إشارة التحكم، عناصر تشويش خارجي ومتغيرات التحكم.	نعم ( ) لا ( )
٢- المنظم جهاز يعمل بقانون معين وهذا القانون يحدد العلاقة التي تربط إشارة الخطأ بعناصر التشويش.	نعم ( ) لا ( )
٣- عضو التحكم النهائي هو محرك ذو قدرة عالية ومسؤول عن تنفيذ إشارة المتغير المتحكم فيه والتأثير بها على المحكومة.	نعم ( ) لا ( )
٤- المسار الأمامي في المنظومة هو المسار الذي يبدأ من إشارة الخطأ إلى أن يصل إلى متغير التحكم، أما مسار التغذية المرتدة فهو المسار العكسي ويبدأ من إشارة متغير التحكم إلى مدخل المقارن.	نعم ( ) لا ( )
٥- يبالغ الهدف الذي يجب أن تحققه المنظومة في صورة دالة رياضية تسمى دالة الهدف.	نعم ( ) لا ( )

### تمرين رقم ٣:

- ضع علامة X على الإجابة الصحيحة:
- ١- يمكن أن تقع المحكومة تحت تأثير تشويش خارجي وهذا يتسبب في:
- أ- أن تحيد قيمة متغير التحكم عن القيمة المطلوبة.
- ب- أن يقلص الشارق بين قيمة متغير التحكم والقيمة المرغوبة.
- ت- أن تسبب قيمة متغير التحكم ثابتة.
- ٢- إن فكرة التغذية المرتدة تعتبر الأساس الأول في تصميم منظومات التحكم الآلي وهذه النظرية تقوم على أساس:
- أ- مقارنة إشارة الخطأ بالقيمة الفعلية لمتغير التحكم ثم تحديد إشارة تحكم مناسبة تتوقف بكنيفية أو بأخرى على القيمة المرغوبة.
- ب- مقارنة القيمة الفعلية لمتغير التحكم بالقيمة المطلوبة ثم تحديد إشارة تحكم مناسبة تتوقف بكنيفية أو بأخرى على قيمة إشارة الخطأ.
- ت- مقارنة القيمة المطلوبة بإشارة الخطأ ثم تحديد إشارة تحكم مناسبة تتوقف بكنيفية أو بأخرى على قيمة متغير التحكم.
- ٣- المنظومة الآلية الموازنة هي منظومة تحكم آلي تتميز عن المنظومات الأخرى بأن متغير التحكم فيها هو:
- أ- كمية كهربائية أو تفاضلها مثل فرق الجهد والتيار... إلخ..
- ب- كمية ميكانيكية أو تفاضلها مثل وضع الجسم وسرعته
- ت- وعجلته... إلخ.
- ث- كمية فيزيائية مثل درجة الحرارة، الضغط... إلخ

### حلول: تمارين - ١ -

### تمرين رقم ١:

- ١- الصفات المشتركة بين المنظومة الهندسية، والمنظومة البيولوجية، والمنظومة الكبيرة هي:
- ❖ سريان المعلومات بين عناصر ومكونات أي منظومة
- ❖ العمليات التي تتم في هذه المنظومات هي: استقبال، تحويل وحفظ المعلومات ثم استخدام نتائج معالجة المعلومات في صورة تغذية مرتدة.
- ٢- العمليات التي تتم في منظومات التحكم الآلي هي:
- ❖ استقبال المعلومات.
- ❖ تحويل وحفظ هذه المعلومات ثم معالجتها.
- ❖ استخدام نتائج معالجة المعلومات في شكل تغذية مرتدة حتى يتمكن من التحكم في المتغير.
- ٣- منظومة التحكم الآلي هي مجموعة عناصر تحافظ على نتيجة مرغوبة عن طريق معالجة قيمة متغير ثان في النظام.
- ٤- ارسم المخطط الوظيفي المعمم لمنظومات التحكم الآلي: انظر المخطط صفحة .
- ٥- التغذية المرتدة تعتبر الأساس الأول في تصميم منظومات التحكم الآلي، وهي تقوم على أساس مقارنة القيمة الفعلية لمتغير التحكم بالقيمة المرغوبة ومن ثم تحديد إشارة التحكم المناسبة حسب قيمة الخطأ الناتج عن عملية المقارنة.

### تمرين رقم ٢:

١- الإشارات التي تؤثر على المحكومة هي: إشارة التحكم، عناصر تشويش خارجي ومتغيرات التحكم.	نعم ( ) لا ( X )
٢- المنظم جهاز يعمل بقانون معين وهذا القانون يحدد العلاقة التي تربط إشارة الخطأ بعناصر التشويش.	نعم ( ) لا ( X )
٣- عضو التحكم النهائي هو محرك ذو قدرة عالية ومسؤول عن تنفيذ إشارة المتغير المتحكم فيه والتأثير بها على المحكومة.	نعم ( X ) لا ( )
٤- المسار الأمامي في المنظومة هو المسار الذي يبدأ من إشارة الخطأ إلى أن يصل إلى متغير التحكم، أما مسار التغذية المرتدة فهو المسار العكسي ويبدأ من إشارة متغير التحكم إلى مدخل المقارن.	نعم ( X ) لا ( )
٥- يبالغ الهدف الذي يجب أن تحققه المنظومة في صورة دالة رياضية تسمى دالة الهدف.	نعم ( X ) لا ( )

نمرين رقم ٣: ضع علامة X على الإجابة الصحيحة:

- ١- يمكن أن تقع الحكومة تحت تأثير تشويش خارجي وهذا يتسبب في:
  - أ- تحديد قيمة متغير التحكم عن القيمة المطلوبة. (X)
  - ب- أن يتقلص الفارق بين قيمة متغير التحكم و القيمة المرغوبة.
  - ت- أن تصبح قيمة متغير التحكم ثابتة.
- ٢- إن ضكرة التغذية المرتدة تعتبر الأساس الأول في تصميم منظومات التحكم الآلي وهذه النظرية تقوم على أساس:
  - أ- مقارنة إشارة الخطأ بالقيمة الفعلية لمتغير التحكم ثم تحديد إشارة تحكم مناسبة تتوقف بـكيفية أو بأخرى على القيمة المرغوبة.
  - ب- مقارنة القيمة الفعلية لمتغير التحكم بالقيمة المطلوبة ثم تحديد إشارة تحكم مناسبة تتوقف بـكيفية أو بأخرى على قيمة إشارة الخطأ. (X)
  - ت- مقارنة القيمة المطلوبة بإشارة الخطأ ثم تحديد إشارة تحكم مناسبة تتوقف بـكيفية أو بأخرى على قيمة متغير التحكم.
- ٣- المنظومة الآلية الموازنة هي منظومة تحكم آلي تتميز عن المنظومات الأخرى بأن متغير التحكم فيها هو:
  - أ- كمية كهربائية أو تناضلها مثل فرق الجهد والتيار....إلخ..
  - ب- كمية ميكانيكية أو تناضلها مثل وضع الجسم وسرعته وعجلته....إلخ. (X)
  - ت- كمية فيزيائية مثل درجة الحرارة، الضغط....إلخ

\*\*\*\*\*

### Problems on Unit (1) - Questions on: Introduction to Controllers

#### 1- Select True (✓) or False (x) for each statement:

#	True	False	statement
1			Measuring devices & sensors are not essential elements for any control system of real physical variables.
2			Control systems are classified as continuous (i.e, analogue) or discrete systems (non-analogue)
3			In Continuous control: the values to be controlled do not change smoothly (no function exist bet. I & O)
4			In Logical/Boolean control systems: values to be controlled are not easily described as on-off/high-low.
5			PID controllers are classified as continuous (analogue) systems of the linear type.
6			Fuzzy Logic controllers are classified as continuous (analogue) non-linear systems
7			Discrete control systems include 2 types: conditional systems (logical & expert) and sequential systems.
8			Linear control system is not analogue type which is not described by simple/linear differential equation.
9			Non-Linear control systems are analogue types which are described with complex differential equation.
10			Sequential controller is discrete/logical system which will not keep track of time and previous events.
11			The PLC-Controllers are expert systems which are classified as discrete-conditional system types.
12			The Controllers which use counters or timers are not of the discrete-sequential system types.
13			Sequence Control is used to check that certain sequence of operations are done correctly.
14			In a modern controller system, a PC can not be used as a device for Input or Output signals.
15			Computer applications in Control Systems include both software & hardware applications.
16			In a modern controller system, a PC can not handle both types of digital/analogue signals.
17			In modern controller system, the PID controllers use digital Input/ Output signals through A/D boards.

#### 2- Using the motion-control of a real elevator, select the type of control system used for each motion/process:

#	The motion type	Logical control	Linear control	Non-linear control
1	The elevator must move towards a floor when/if a button is pushed			
2	The elevator must open a door when/if it is stopping at a floor			
3	The elevator must have the door closed before it starts to move.			
4	If desired position changes to new one, elevator accelerate quickly towards new position			
5	As the elevator approaches the correct position, it must slow down			
6	The elevator must accelerate slowly to start			
7	The elevator must decelerate as it approaches the final position			
8	The elevator must allow faster motion while moving bet. different floors			
9	Compensate for cable stretch, and changing spring constant			

#### 3- In next fig., write correct name of each part. You may use the following words:

Controller Block, Network Bus, sensors elements, Main PC,

Controller CPU, input signals, controlled elements, output signals

#### 4- For the figure of the above problem, describe five different types

& examples of real physical controlled elements in a power plant.

#### 5- For the figure of problem (3), describe five different types &

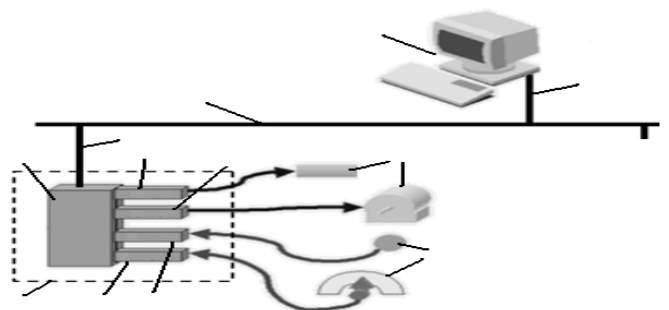
examples of real physical sensors elements in a power plant.

#### 6- For fig. of prob.(3), Explain five different functions of the Main

PC in a modern control system with many separate controllers.

#### 7-Referring to Next fig., Select True(✓) or False(x):

#	statement	True	False
1	The main PC can not handle the failure of any of the separate controllers		
2	The main PC can handle the overload of the system		
3	The main PC can not manage and monitor all of the process parts		
4	The PC sends set points for all controllers & receives signals from them to monitor status of each one		
5	The PC can solve problem of system overload by re-distributing the loads on the various controllers		
6	The PC can not take advanced actions in the case of controller failure or emergency conditions.		
7	The main PC can store large amount of information about the process in database and also makes statistical calculations or charts which are useful for process enhancement.		





8- In next for a PID control system, select & write the correct # of each part.

#	part	#	part
	Error sensor		Actuating signal
	Controller (PID) type		Feed back signal
	Reference input signal (set point), r		Controlled variable (output)
	Controlled process (plant)		Error signal, e

9- Next fig. is for .....control system type. It works as follows:

The advantages of open loop control systems are:.....

The disadvantages of open loop control systems are:.....

10- Next fig. is for .....control system type. It works as follows: .....

The advantages of closed loop control systems are:.....

The disadvantages of closed loop control systems are:.....

11- Next fig. is for .....control system.

It is used for .....

It works as follows: .....

Variable  $\theta_r(t)$  represents .....

Variable  $\theta_c(t)$  represents .....

12- Next fig. is for .....

Curve (1) represents .....

Curve (2) represents .....

Line (3) represents .....

13- Next fig. is for .....

Elements  $G_1, G_2, \dots, G_8$  represent .....

Elements  $H_1, H_2, \dots, H_8$  represent .....

14- Next fig. is for .....

Discuss System controllability & observability w.r.t. segregated subsystems.

Part (1) represents ..... Part (2) represents .....

Part (3) represents ..... Part (4) represents .....

Part (5) represents ..... Part (6) represents .....

Part (7) represents .....

15- Next fig. is for .....control system type.

It is used for .....

It works as follows: .....

Sketch the Block diagram represents this system.....

16- Next fig. is for .....control system type.

It is used for .....

It works as follows: .....

Sketch the Block diagram represents this system.....

17- Next fig. is for .....control system type.

It is used for .....

It works as follows: .....

Sketch the Block diagram represents this system.....

18- Next fig. is for .....control system type.

It is used for .....

It works as follows: .....

Sketch the Block diagram represents this system.....

19- Next fig. is for .....control system type.

It is used for .....

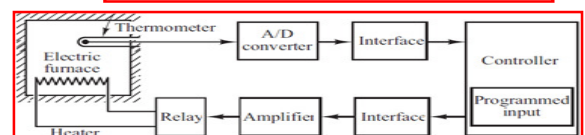
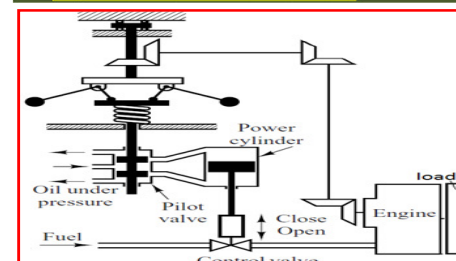
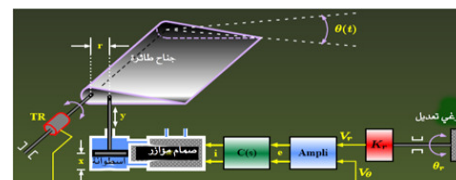
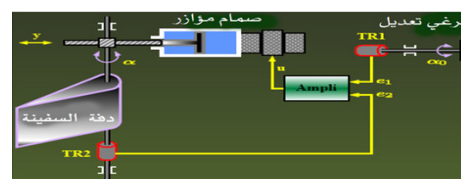
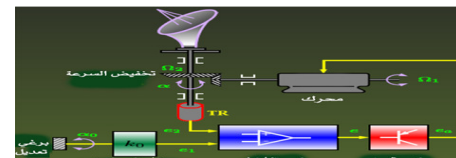
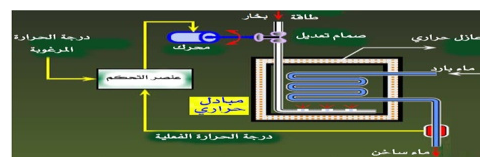
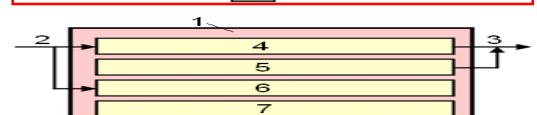
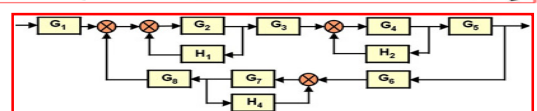
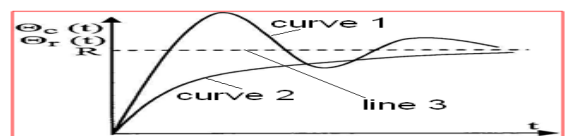
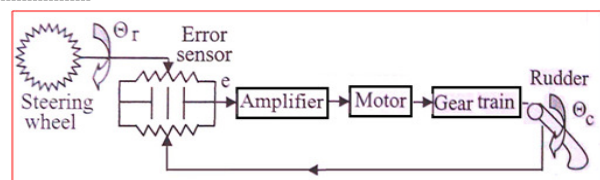
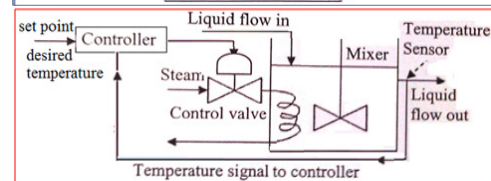
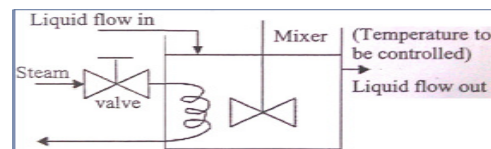
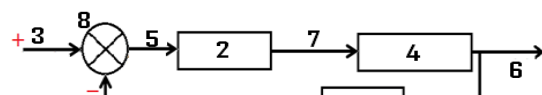
It works as follows: .....

Sketch the Block diagram represents this system.....

20- Next fig. is for .....control system type.

It is used for .....

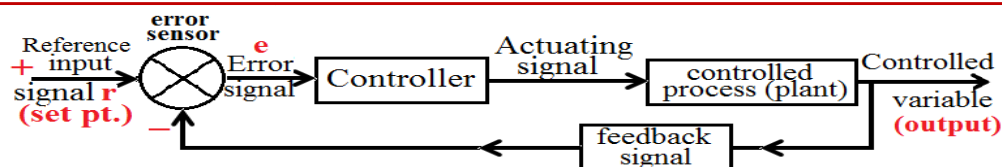
It works as follows: .....



Modern control theory is based on time-domain analysis of differential equation systems. Modern control theory made the design of control systems simpler because the theory is based on a model of an actual control system. However, the system's stability is sensitive to the error between the actual system and its model. This means that when the designed controller based on a model is applied to the actual system, the system may not be stable. To avoid this situation, we design the control system by first setting up the range of possible errors and then designing the controller in such a way that, if the error of the system stays within the assumed range, the designed control system will stay stable. The design method based on this principle is called robust control theory. This theory incorporates both the frequency-response approach and the time-domain approach. The theory is mathematically very complex.

Because this theory requires mathematical background at the graduate level, inclusion of robust control theory in this book is limited to introductory aspects only. The reader interested in details of robust control theory should take a graduate-level control course at an established college or university.

**Definitions.** Before we can discuss control systems, some basic terminologies must be defined.



**Controlled Variable and Control Signal or Manipulated Variable.** The *controlled variable* is the quantity or condition that is measured and controlled. The *control signal* or *manipulated variable* is the quantity or condition that is varied by the controller so as to affect the value of the controlled variable. Normally, the controlled variable is the output of the system. *Control* means measuring the value of the controlled variable of the system and applying the control signal to the system to correct or limit deviation of the measured value from a desired value.

In studying control engineering, we need to define additional terms that are necessary to describe control systems.

**Plants.** A plant may be a piece of equipment, perhaps just a set of machine parts functioning together, the purpose of which is to perform a particular operation. In this book, we shall call any physical object to be controlled (such as a mechanical device, a heating furnace, a chemical reactor, or a spacecraft) a plant.

**Processes.** The *Merriam–Webster Dictionary* defines a process to be a natural, progressively continuing operation or development marked by a series of gradual changes that succeed one another in a relatively fixed way and lead toward a particular result or end; or an artificial or voluntary, progressively continuing operation that consists of a series of controlled actions or movements systematically directed toward a particular result or end. In this book we shall call any operation to be controlled a *process*. Examples are chemical, economic, and biological processes.

**Systems.** A system is a combination of components that act together and perform a certain objective. A system need not be physical. The concept of the system can be applied to abstract, dynamic phenomena such as those encountered in economics. The word system should, therefore, be interpreted to imply physical, biological, economic, and the like, systems.

**Disturbances.** A disturbance is a signal that tends to adversely affect the value of the output of a system. If a disturbance is generated within the system, it is called *internal*, while an *external* disturbance is generated outside the system and is an input.

**Feedback Control.** Feedback control refers to an operation that, in the presence of disturbances, tends to reduce the difference between the output of a system and some reference input and does so on the basis of this difference. Here only unpredictable disturbances are so specified, since predictable or known disturbances can always be compensated for within the system.

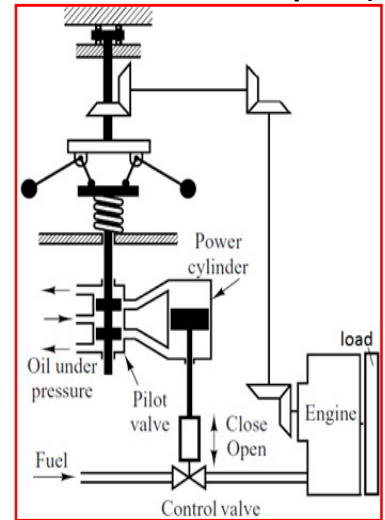


## 1-2 EXAMPLES OF CONTROL SYSTEMS (without mathematical eqns.)

**Speed Control System.** The basic principle of a Watt's speed governor for an engine is illustrated in the schematic diagram of Figure 1-1. The amount of fuel admitted to the engine is adjusted according to the difference between the desired and the actual engine speeds.

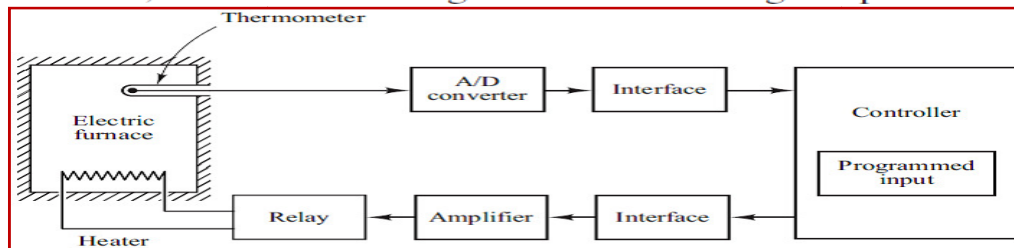
The sequence of actions may be stated as follows: The speed governor is adjusted such that, at the desired speed, no pressured oil will flow into either side of the power cylinder. If the actual speed drops below the desired value due to disturbance, then the decrease in the centrifugal force of the speed governor causes the control valve to move downward, supplying more fuel, and the speed of the engine increases until the desired value is reached. On the other hand, if the speed of the engine increases above the desired value, then the increase in the centrifugal force of the governor causes the control valve to move upward. This decreases the supply of fuel, and the speed of the engine decreases until the desired value is reached.

In this speed control system, the plant (controlled system) is the engine and the controlled variable is the speed of the engine. The difference between the desired speed and the actual speed is the error signal. The control signal (the amount of fuel) to be applied to the plant (engine) is the actuating signal. The external input to disturb the controlled variable is the disturbance. An unexpected change in the load is a disturbance.



**Figure 1-1**  
Speed control system.

**Temperature Control System.** Figure 1-2 shows a schematic diagram of temperature control of an electric furnace. The temperature in the electric furnace is measured by a thermometer, which is an analog device. The analog temperature is converted



**Figure 1-2**  
Temperature control system.

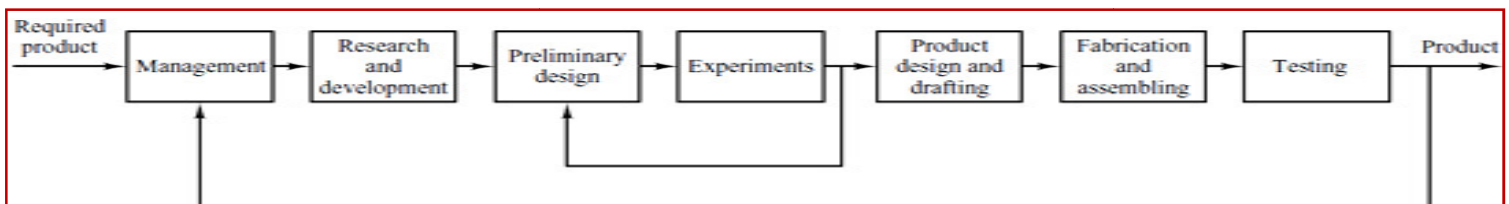
to a digital temperature by an A/D converter. The digital temperature is fed to a controller through an interface. This digital temperature is compared with the programmed input temperature, and if there is any discrepancy (error), the controller sends out a signal to the heater, through an interface, amplifier, and relay, to bring the furnace temperature to a desired value.

**Business Systems.** A business system may consist of many groups. Each task assigned to a group will represent a dynamic element of the system. Feedback methods of reporting the accomplishments of each group must be established in such a system for proper operation. The cross-coupling between functional groups must be made a minimum in order to reduce undesirable delay times in the system. The smaller this cross-coupling, the smoother the flow of work signals and materials will be.

A business system is a closed-loop system. A good design will reduce the managerial control required. Note that disturbances in this system are the lack of personnel or materials, interruption of communication, human errors, and the like.

The establishment of a well-founded estimating system based on statistics is mandatory to proper management. It is a well-known fact that the performance of such a system can be improved by the use of lead time, or *anticipation*.

To apply control theory to improve the performance of such a system, we must represent the dynamic characteristic of the component groups of the system by a relatively simple set of equations.



**Figure 1-3**  
Block diagram of an engineering organizational system.

Although it is certainly a difficult problem to derive mathematical representations of the component groups, the application of optimization techniques to business systems significantly improves the performance of the business system.

Consider, as an example, an engineering organizational system that is composed of major groups such as management, research and development, preliminary design, experiments, product design and drafting, fabrication and assembling, and testing. These groups are interconnected to make up the whole operation.

Such a system may be analyzed by reducing it to the most elementary set of components necessary that can provide the analytical detail required and by representing the dynamic characteristics of each component by a set of simple equations. (The dynamic performance of such a system may be determined from the relation between progressive accomplishment and time.)

A functional block diagram may be drawn by using blocks to represent the functional activities and interconnecting signal lines to represent the information or product output of the system operation. Figure 1–3 is a possible block diagram for this system.

## 1-3 CLOSED-LOOP CONTROL VERSUS OPEN-LOOP CONTROL

**Feedback Control Systems.** A system that maintains a prescribed relationship between the output and the reference input by comparing them and using the difference as a means of control is called a *feedback control system*. An example would be a room-temperature control system. By measuring the actual room temperature and comparing it with the reference temperature (desired temperature), the thermostat turns the heating or cooling equipment on or off in such a way as to ensure that the room temperature remains at a comfortable level regardless of outside conditions.

Feedback control systems are not limited to engineering but can be found in various nonengineering fields as well. The human body, for instance, is a highly advanced feedback control system. Both body temperature and blood pressure are kept constant by means of physiological feedback. In fact, feedback performs a vital function: It makes the human body relatively insensitive to external disturbances, thus enabling it to function properly in a changing environment.

**Closed-Loop Control Systems.** Feedback control systems are often referred to as *closed-loop control systems*. In practice, the terms feedback control and closed-loop control are used interchangeably. In a closed-loop control system the actuating error signal, which is the difference between the input signal and the feedback signal (which may be the output signal itself or a function of the output signal and its derivatives and/or integrals), is fed to the controller so as to reduce the error and bring the output of the system to a desired value. The term closed-loop control always implies the use of feedback control action in order to reduce system error.

**Open-Loop Control Systems.** Those systems in which the output has no effect on the control action are called *open-loop control systems*. In other words, in an open-loop control system the output is neither measured nor fed back for comparison with the input. One practical example is a washing machine. Soaking, washing, and rinsing in the washer operate on a time basis. The machine does not measure the output signal, that is, the cleanliness of the clothes.

In any open-loop control system the output is not compared with the reference input. Thus, to each reference input there corresponds a fixed operating condition; as a result, the accuracy of the system depends on calibration. In the presence of disturbances, an open-loop control system will not perform the desired task. Open-loop control can be used, in practice, only if the relationship between the input and output is known and if there are neither internal nor external disturbances. Clearly, such systems are not feedback control systems. Note that any control system that operates on a time basis is open loop. For instance, traffic control by means of signals operated on a time basis is another example of open-loop control.

**Closed-Loop versus Open-Loop Control Systems.** An advantage of the closed-loop control system is the fact that the use of feedback makes the system response relatively insensitive to external disturbances and internal variations in system parameters. It is thus possible to use relatively inaccurate and inexpensive components to obtain the accurate control of a given plant, whereas doing so is impossible in the open-loop case.

From the point of view of stability, the open-loop control system is easier to build because system stability is not a major problem. On the other hand, stability is a major problem in the closed-loop control system, which may tend to overcorrect errors and thereby can cause oscillations of constant or changing amplitude.

It should be emphasized that for systems in which the inputs are known ahead of time and in which there are no disturbances it is advisable to use open-loop control. Closed-loop control systems have advantages only when unpredictable disturbances and/or unpredictable variations in system components are present. Note that the output power rating partially determines the cost, weight, and size of a control system. The number of components used in a closed-loop control system is more than that for a corresponding open-loop control system. Thus, the closed-loop control system is generally higher in cost and power. To decrease the required power of a system, open-loop control may be used where applicable. A proper combination of open-loop and closed-loop controls is usually less expensive and will give satisfactory overall system performance.

Most analyses and designs of control systems presented in this book are concerned with closed-loop control systems. Under certain circumstances (such as where no disturbances exist or the output is hard to measure) open-loop control systems may be desired. Therefore, it is worthwhile to summarize the advantages and disadvantages of using open-loop control systems.



The major advantages of open-loop control systems are as follows:

1. Simple construction and ease of maintenance.
2. Less expensive than a corresponding closed-loop system.
3. There is no stability problem.
4. Convenient when output is hard to measure or measuring the output precisely is economically not feasible. (For example, in the washer system, it would be quite expensive to provide a device to measure the quality of the washer's output, cleanliness of the clothes.)

The major disadvantages of open-loop control systems are as follows:

1. Disturbances and changes in calibration cause errors, and the output may be different from what is desired.
2. To maintain the required quality in the output, recalibration is necessary from time to time.

## 1-4 DESIGN AND COMPENSATION OF CONTROL SYSTEMS

In the actual design of a control system, whether to use an electronic, pneumatic, or hydraulic compensator is a matter that must be decided partially based on the nature of the controlled plant. For example, if the controlled plant involves flammable fluid, then we have to choose pneumatic components (both a compensator and an actuator) to avoid the possibility of sparks. If, however, no fire hazard exists, then electronic compensators are most commonly used. (In fact, we often transform nonelectrical signals into electrical signals because of the simplicity of transmission, increased accuracy, increased reliability, ease of compensation, and the like.)

**Performance Specifications.** Control systems are designed to perform specific tasks. The requirements imposed on the control system are usually spelled out as performance specifications. The specifications may be given in terms of transient response requirements (such as the maximum overshoot and settling time in step response) and of steady-state requirements (such as steady-state error in following ramp input) or may be given in frequency-response terms. The specifications of a control system must be given before the design process begins.

For routine design problems, the performance specifications (which relate to accuracy, relative stability, and speed of response) may be given in terms of precise numerical values. In other cases they may be given partially in terms of precise numerical values and partially in terms of qualitative statements. In the latter case the specifications may have to be modified during the course of design, since the given specifications may never be satisfied (because of conflicting requirements) or may lead to a very expensive system.

Generally, the performance specifications should not be more stringent than necessary to perform the given task. If the accuracy at steady-state operation is of prime importance in a given control system, then we should not require unnecessarily rigid performance specifications on the transient response, since such specifications will require expensive components. Remember that the most important part of control system design is to state the performance specifications precisely so that they will yield an optimal control system for the given purpose.

**System Compensation.** Setting the gain is the first step in adjusting the system for satisfactory performance. In many practical cases, however, the adjustment of the gain alone may not provide sufficient alteration of the system behavior to meet the given specifications. As is frequently the case, increasing the gain value will improve the steady-state behavior but will result in poor stability or even instability. It is then necessary to redesign the system (by modifying the structure or by incorporating additional devices or components) to alter the overall behavior so that the system will behave as desired. Such a redesign or addition of a suitable device is called *compensation*. A device inserted into the system for the purpose of satisfying the specifications is called a *compensator*. The compensator compensates for deficient performance of the original system.

**Design Procedures.** In the process of designing a control system, we set up a mathematical model of the control system and adjust the parameters of a compensator. The most time-consuming part of the work is the checking of the system performance by analysis with each adjustment of the parameters. The designer should use MATLAB or other available computer package to avoid much of the numerical drudgery necessary for this checking.

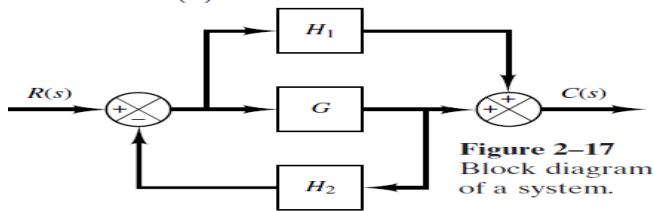
Once a satisfactory mathematical model has been obtained, the designer must construct a prototype and test the open-loop system. If absolute stability of the closed loop is assured, the designer closes the loop and tests the performance of the resulting closed-loop system. Because of the neglected loading effects among the components, nonlinearities, distributed parameters, and so on, which were not taken into consideration in the original design work, the actual performance of the prototype system will probably differ from the theoretical predictions. Thus the first design may not satisfy all the requirements on performance. The designer must adjust system parameters and make changes in the prototype until the system meets the specifications. In doing this, he or she must analyze each trial, and the results of the analysis must be incorporated into the next trial. The designer must see that the final system meets the performance specifications and, at the same time, is reliable and economical.

## EXAMPLE PROBLEMS AND SOLUTIONS

**A-2-1.** Simplify the block diagram shown in Figure 2-17.

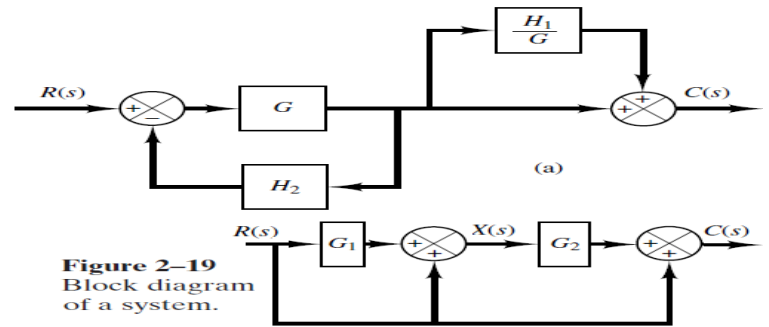
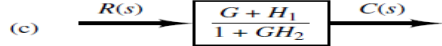
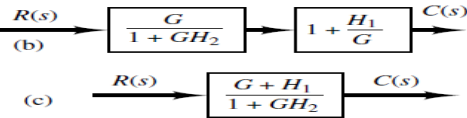
**Solution.** First, move the branch point of the path involving  $H_1$  outside the loop involving  $H_2$ , as shown in Figure 2-18(a). Then eliminating two loops results in Figure 2-18(b). Combining two blocks into one gives Figure 2-18(c).

**A-2-2.** Simplify the block diagram shown in Figure 2-19. Obtain the transfer function relating  $C(s)$  and  $R(s)$ .

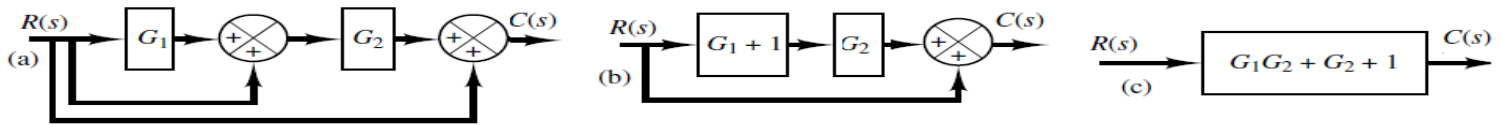


**Figure 2-17**  
Block diagram  
of a system.

**Figure 2-18**  
Simplified block  
diagrams for the  
system shown in  
Figure 2-17.



**Figure 2-19**  
Block diagram  
of a system.



**Figure 2-20** Reduction of the block diagram shown in Figure 2-19.

**Solution.** The block diagram of Figure 2-19 can be modified to that shown in Figure 2-20(a). Eliminating the minor feedforward path, we obtain Figure 2-20(b), which can be simplified to Figure 2-20(c). The transfer function  $C(s)/R(s)$  is thus given by

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_1 G_2 + G_2 + 1$$

The same result can also be obtained by proceeding as follows: Since signal  $X(s)$  is the sum of two signals  $G_1 R(s)$  and  $R(s)$ , we have

$$X(s) = G_1 R(s) + R(s)$$

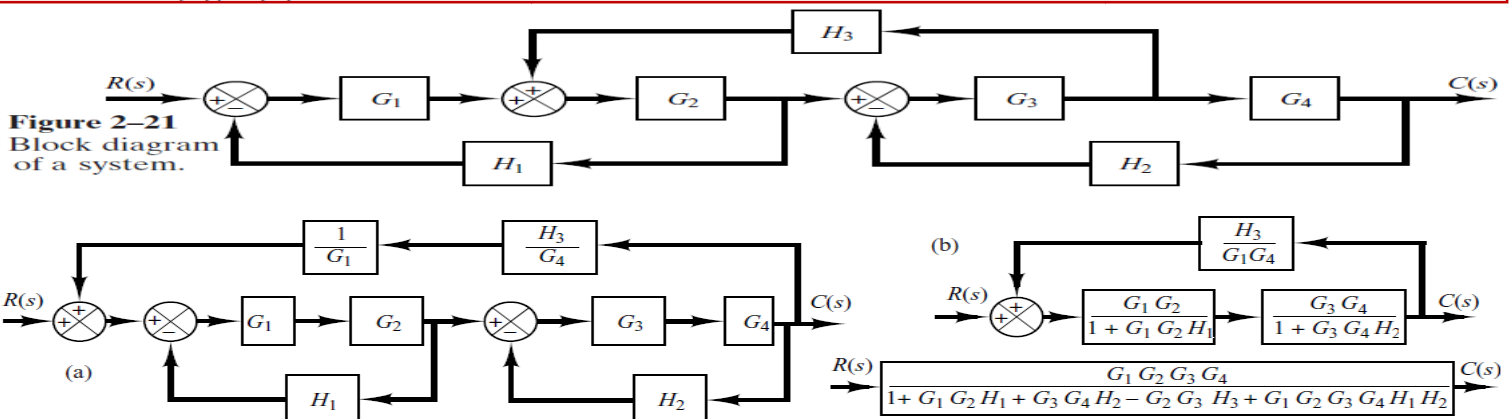
The output signal  $C(s)$  is the sum of  $G_2 X(s)$  and  $R(s)$ . Hence

$$C(s) = G_2 X(s) + R(s) = G_2 [G_1 R(s) + R(s)] + R(s)$$

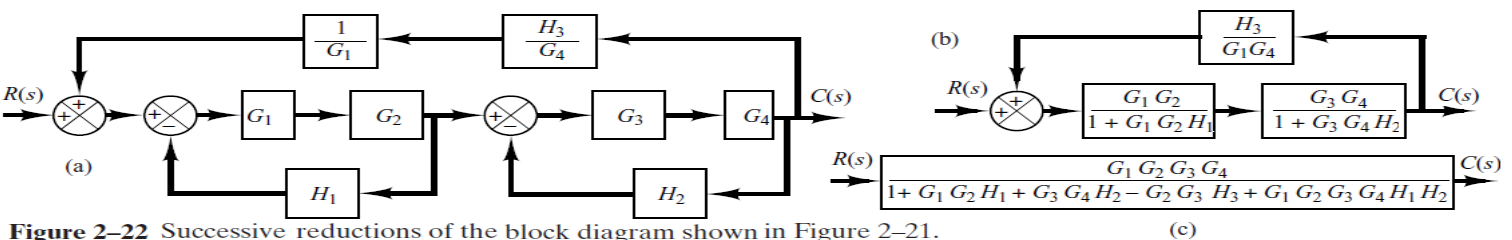
And so we have the same result as before:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_1 G_2 + G_2 + 1$$

**A-2-3.** Simplify the block diagram shown in Figure 2-21. Then obtain the closed-loop transfer function  $C(s)/R(s)$ .



**Figure 2-21**  
Block diagram  
of a system.



**Figure 2-22** Successive reductions of the block diagram shown in Figure 2-21.

**Solution.** First move the branch point between  $G_3$  and  $G_4$  to the right-hand side of the loop containing  $G_3$ ,  $G_4$ , and  $H_2$ . Then move the summing point between  $G_1$  and  $G_2$  to the left-hand side of the first summing point. See Figure 2-22(a). By simplifying each loop, the block diagram can be modified as shown in Figure 2-22(b). Further simplification results in Figure 2-22(c), from which the closed-loop transfer function  $C(s)/R(s)$  is obtained as

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_4}{1 + G_1 G_2 H_1 + G_3 G_4 H_2 - G_2 G_3 H_3 + G_1 G_2 G_3 G_4 H_1 H_2}$$

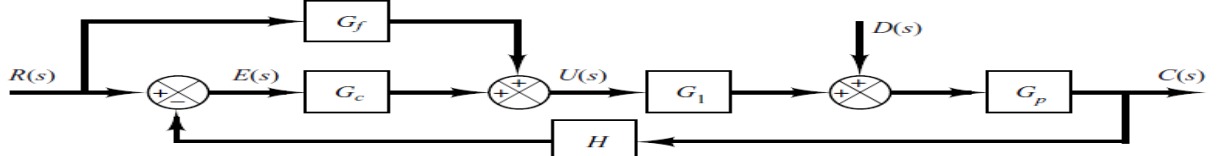
**A-2-4.** Obtain transfer functions  $C(s)/R(s)$  and  $C(s)/D(s)$  of the system shown in Figure 2-23.

**Solution.** From Figure 2-23 we have  $U(s) = G_f R(s) + G_c E(s)$  (2-47)

$C(s) = G_p [D(s) + G_1 U(s)]$  (2-48)  $E(s) = R(s) - H C(s)$  (2-49)

**Figure 2-23**

Control system with  
reference input and  
disturbance input.





By substituting Equation (2-47) into Equation (2-48), we get

$$C(s) = G_p D(s) + G_1 G_p [G_f R(s) + G_c E(s)] \quad (2-50)$$

By substituting Equation (2-49) into Equation (2-50), we obtain

$$C(s) = G_p D(s) + G_1 G_p \{G_f R(s) + G_c [R(s) - H C(s)]\}$$

Solving this last equation for  $C(s)$ , we get

$$C(s) + G_1 G_p G_c H C(s) = G_p D(s) + G_1 G_p (G_f + G_c) R(s)$$

Hence

$$C(s) = \frac{G_p D(s) + G_1 G_p (G_f + G_c) R(s)}{1 + G_1 G_p G_c H} \quad (2-51)$$

Note that Equation (2-51) gives the response  $C(s)$  when both reference input  $R(s)$  and disturbance input  $D(s)$  are present.

To find transfer function  $C(s)/R(s)$ , we let  $D(s) = 0$  in Equation (2-51). Then we obtain

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_p (G_f + G_c)}{1 + G_1 G_p G_c H}$$

Similarly, to obtain transfer function  $C(s)/D(s)$ , we let  $R(s) = 0$  in Equation (2-51). Then  $C(s)/D(s)$  can be given by

$$\frac{C(s)}{D(s)} = \frac{G_p}{1 + G_1 G_p G_c H}$$

**A-2-5.** Figure 2-24 shows a system with two inputs and two outputs. Derive  $C_1(s)/R_1(s)$ ,  $C_1(s)/R_2(s)$ ,  $C_2(s)/R_1(s)$ , and  $C_2(s)/R_2(s)$ . (In deriving outputs for  $R_1(s)$ , assume that  $R_2(s)$  is zero, and vice versa.)

**Solution.** From the figure,

$$\text{we obtain } C_1 = G_1(R_1 - G_3 C_2) \quad (2-52)$$

$$C_2 = G_4(R_2 - G_2 C_1) \quad (2-53)$$

By substituting Equation (2-53) into Equation (2-52), we obtain

$$C_1 = G_1[R_1 - G_3 G_4(R_2 - G_2 C_1)] \quad (2-54)$$

By substituting Equation (2-52) into Equation (2-53), we get

$$C_2 = G_4[R_2 - G_2 G_1(R_1 - G_3 C_2)] \quad (2-55)$$

Solving Equation (2-54) for  $C_1$ , we obtain

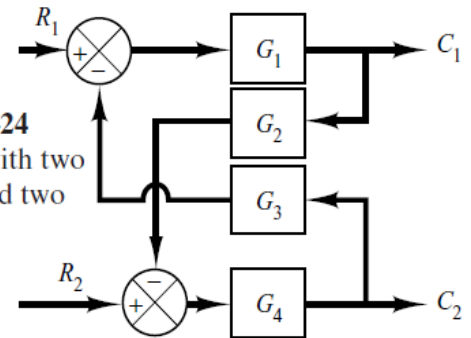
$$C_1 = \frac{G_1 R_1 - G_1 G_3 G_4 R_2}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4} \quad (2-56)$$

Solving Equation (2-55) for  $C_2$  gives

$$C_2 = \frac{-G_1 G_2 G_4 R_1 + G_4 R_2}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4} \quad (2-57)$$

Equations (2-56) and (2-57) can be combined in the form of the transfer matrix as follows:

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{G_1}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4} & -\frac{G_1 G_3 G_4}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4} \\ -\frac{G_1 G_2 G_4}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4} & \frac{G_4}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}$$



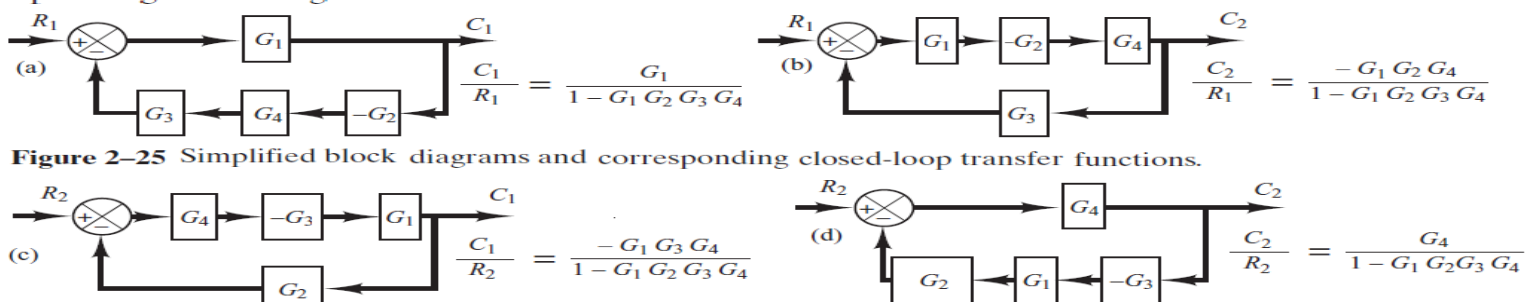
**Figure 2-24**  
System with two inputs and two outputs.

Then the transfer functions  $C_1(s)/R_1(s)$ ,  $C_1(s)/R_2(s)$ ,  $C_2(s)/R_1(s)$  and  $C_2(s)/R_2(s)$  can be obtained as follows:

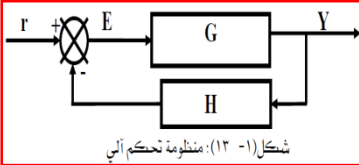
$$\begin{aligned} \frac{C_1(s)}{R_1(s)} &= \frac{G_1}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4}, & \frac{C_1(s)}{R_2(s)} &= -\frac{G_1 G_3 G_4}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4} \\ \frac{C_2(s)}{R_1(s)} &= -\frac{G_1 G_2 G_4}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4}, & \frac{C_2(s)}{R_2(s)} &= \frac{G_4}{1 - G_1 G_2 G_3 G_4} \end{aligned}$$

Note that Equations (2-56) and (2-57) give responses  $C_1$  and  $C_2$ , respectively, when both inputs  $R_1$  and  $R_2$  are present.

Notice that when  $R_2(s) = 0$ , the original block diagram can be simplified to those shown in Figures 2-25(a) and (b). Similarly, when  $R_1(s) = 0$ , the original block diagram can be simplified to those shown in Figures 2-25(c) and (d). From these simplified block diagrams we can also obtain  $C_1(s)/R_1(s)$ ,  $C_2(s)/R_1(s)$ ,  $C_1(s)/R_2(s)$ , and  $C_2(s)/R_2(s)$ , as shown to the right of each corresponding block diagram.



**Figure 2-25** Simplified block diagrams and corresponding closed-loop transfer functions.



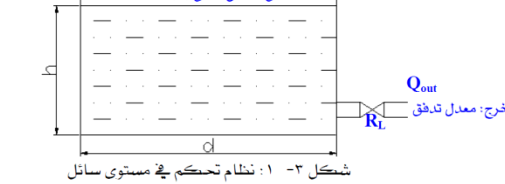
**الأهداف:** بإكمال الوحدة الثالثة يكون المتدرب قادراً على:

- أن يفهم المعادلة الرياضية التي تصف العلاقة بين دخل وخرج بعض عناصر التحكم.
- أن يستخدم تحويل لابلاس لإيجاد: - تحويل لابلاس لدالة زمنية. - تحويل لابلاس لعنصر.
- تحويل لابلاس العكسي. - أن يستعمل نظرية القيمة النهائية لإيجاد القيمة النهائية لدالة معينة.
- إيجاد دالة التحويل لنظام معين انطلاقاً من المعادلة التفاضلية.

في هذا الباب سوف نتطرق إلى بعض الوسائل الهامة التي تساعدنا على فهم، تحليل وتصميم أنظمة التحكم الآلي. الوسيلة الأولى هي تحويل لابلاس الذي يمكننا من التحول من معادلة تفاضلية Differential equation إلى معادلة جبرية سهلة الاستخدام. الوسيلة الثانية دالة التحويل التي تمثل العلاقة بين دخل وخرج العنصر في شكل معادلة جبرية وذلك باستخدام تحويل لابلاس.

**١- العلاقة بين الدخل والخرج:** كيفية إستنتاج المعادلات الحاكمة لأي نظام لكي نتعرف على العلاقة بين دخل وخرج أي عنصر سوف نقوم بتطوير بعض المعادلات الرياضية التي تصف العلاقة بين دخل وخرج بعض عناصر التحكم الآلي وهي:

- التحكم في مستوى سائل. - دائرة كهربائية RC. - سمّام تحكم



**١-١ التحكم في مستوى سائل:** لنعتبر نظام التحكم في مستوى سائل المبين في الشكل التالي: مستوى السائل يبقى ثابتاً إذا كان معدل تدفق الدخل يساوي معدل تدفق الخرج ( $Q_{in} = Q_{out}$ ). إذا كان معدل تدفق الدخل أكبر من معدل تدفق الخرج ( $Q_{in} > Q_{out}$ ) فإن مستوى السائل يزداد إذا كان معدل تدفق الدخل أقل من معدل تدفق الخرج ( $Q_{in} < Q_{out}$ ). فإن مستوى السائل ينقص.

خلال جزء من الزمن  $\Delta t$  فإن كمية السائل في الخزان تتغير بقيمة  $\Delta V$  وهي:  $\Delta V = (q_{in} - q_{out})_{avg} \cdot \Delta t$

تغير مستوى السائل في الخزان ( $\Delta h$ ) هو:  $\Delta h = \frac{\Delta V}{A} = \frac{(q_{in} - q_{out})_{avg} \cdot \Delta t}{A}$  ، ووحدته المتر (m)

معدل تغير مستوى السائل في الخزان يساوي تغير المستوى ( $\Delta h$ ) تقسيم جزء من الزمن  $\Delta t$ . مثلاً إذا كان قيمة تغير المستوى  $0.26m$  خلال  $100sec$  معدل تغير المستوى يكون:  $0.0026m/sec = 0.26/100$ . معدل تغير المستوى هو:  $\frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{(q_{in} - q_{out})_{avg}}{A}$  ، ووحدته المتر في الثانية (m/sec)

عندما نعتبر أن  $\Delta t$  آل إلى ما يقارب صفر ثانية (dt) نجد المعادلة التفاضلية التالية:

عندما  $\Delta t \rightarrow 0$  ، فإن  $\frac{\Delta h}{\Delta t} \rightarrow \frac{dh}{dt}$  ← معدل التغير اللحظي:  $\frac{dh}{dt} = \frac{(q_{in} - q_{out})}{A}$

إذا كان الدخل هو  $q_{in}$  بينما الخرج هو ارتفاع السائل  $h$  يمكن وضع المعادلة السابقة على الشكل القياسي التالي:

$$\tau \frac{dh}{dt} + h = Gq_{in}$$

إذا كان التدفق خارج الخزان رقائق فإن معدل تدفق الخرج يكون كالتالي:  $q_{out} = \frac{\rho g h}{R_L}$  (m<sup>3</sup>/sec)

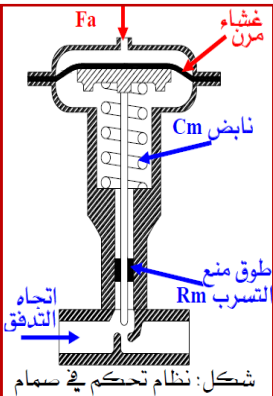
حيث:  $q_{out}$  = معدل تدفق السائل بـ m<sup>3</sup>/sec ،  $\rho$  = كثافة السائل بـ kg/m<sup>3</sup> ،  $g$  = تسارع الجاذبية الأرضية بـ m/sec<sup>2</sup> ،  $h$  : مستوى السائل بـ m ،  $R_L$  = مقاومة التدفق الرقائقي بـ Pa.sec/m<sup>3</sup>

وبذلك يصبح معدل التغير اللحظي  $\frac{dh}{dt} = \frac{1}{A} [q_{in} - \frac{\rho g h}{R_L}]$  أو  $R_L \left[ \frac{A}{\rho g} \right] \frac{dh}{dt} = [q_{in} - h]$

وبذلك نحصل على المعادلة التفاضلية (1)  $\tau \frac{dh}{dt} + h = Gq_{in}$  حيث:  $\tau = \frac{R_L A}{\rho g}$  وتسمى ثابت الزمن time constant بـ ثانية (sec) ،  $G = \frac{R_L}{\rho g}$  وتسمى كسب الخطأ بـ sec/m<sup>2</sup> Error Gain

**١-٢ الدائرة الكهربائية RC:** لنفرض الدائرة الكهربائية المبينة في الشكل حيث  $R$  مقاومة و  $C$  المكثف. بالنسبة للمقاومة، التيار  $i$  يساوي فرق الجهد ( $E_{in} - E_{out}$ ) تقسيم المقاومة  $R$ . بالنسبة للمكثف، التيار  $i$  يساوي السعة  $C$  ضارب المعدل اللحظي للتغير فرق جهد المكثف.  $i = C \frac{dE_{out}}{dt}$  بمساواة التيار في

المقاومة والمكثف نجد:  $\tau \frac{dE_{out}}{dt} + E_{out} = E_{in}$  حيث  $\tau = RC$  وهو ثابت الزمن بالثانية. (2)



**١-٣ نظام تحكم في سمّام:** نظام تحكم في سمّام المبين في الشكل التالي حيث إشارة دخل ضغط الهواء تدخل إلى الغشاء عبر الفتحة الموجودة في أعلى السمّام. ضغط الهواء ينتج قوة  $F_a$  على الغشاء تساوي ضغط الدخل  $P_{in}$  ضارب مساحة الغشاء  $A$ :  $F_a = P_{in} \cdot A$

هذه القوة معاكسة لقوى وهي: القوة الطاردة للكتلة المتحركة  $F_I$  ، القوة المقاومة لطوق منع التسرب  $F_R$  وقوة النابض  $F_C$ .  $F_a = F_I + F_R + F_C$

التسارع والقوة الطاردة: التسارع:  $\gamma = \frac{d^2 x}{dt^2}$  ، القوة الطاردة:  $F_I = m \frac{d^2 x}{dt^2}$  ، القوة المقاومة  $F_R = R_m \frac{dx}{dt}$  ، قوة النابض  $F_C = \frac{x}{C_m}$  في النهاية نجد:  $p_{in} A = m \frac{d^2 x}{dt^2} + R_m \frac{dx}{dt} + \frac{1}{C_m} x$  (3)

المعادلة (3) هي معادلة تفاضلية درجة ثانية بينما المعادلتين (1) و (2) تسميان معادلة تفاضلية درجة أولى. المعادلة التفاضلية هي معادلة لها تفاضل أو أكثر لمتغيرات مستقلة مثلاً في المعادلة (1) نجد  $dh/dt$  وفي المعادلة (2) نجد  $dE_{out}/dt$  وفي المعادلة (3)  $dx/dt$ .

$$\tau = \frac{R_L A}{\rho g} = \frac{(5.62 \times 10^5 Pa \cdot s)(1.85 m^2)}{(880 \frac{kg}{m^3})(9.81 \frac{m}{s^2})} = 120s$$

$$G = \frac{R_L}{\rho g} = \frac{(5.62 \times 10^5 Pa \cdot s / m^3)}{(880 kg / m^3)(9.81 m / s^2)} = 65.1 s / m^2$$

$$120 \frac{dh}{dt} + h = 65.1 q_{in}$$

**مثال:** نظام تحكم في مستوى سائل له المعطيات التالية:  $g=9.81m/sec^2$  ،  $\rho=880kg/m^3$  ،  $A=1.85m^2$  ،  $R_L=5.62 \times 10^5 Pa \cdot sec/m^3$  أوجد قيمة  $dh/dt$  ،  $h$  و  $q_{in}$  واكتب المعادلة التفاضلية للنظام. الحل:



## ٢- تحويل لابلاس:

يستخدم تحويل لابلاس لوصف أنظمة التحكم بشكل ملائم ، تسهيل تحليل وتصميم أنظمة التحكم .  
**٢-١ تعريف:** يعرف تحويل لابلاس لدالة  $f(t)$  ذات متغير حقيقي  $t \geq 0$  كالتالي:  $F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$  حيث  $S$  متغير مركب و  $F(s)$  هو تحويل لابلاس للدالة  $f(t)$  ، ويستعمل الرمز  $F(s) = \mathcal{L}[f(t)]$  لتمثيل هذا التحويل .

What is the variable  $S$  of  $F(s)$ ?

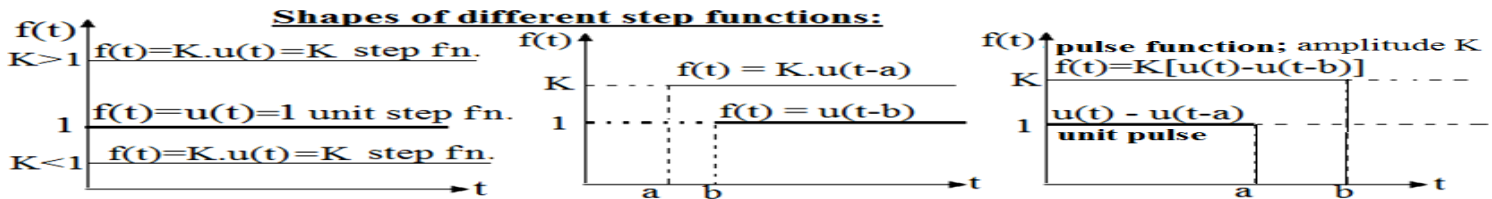
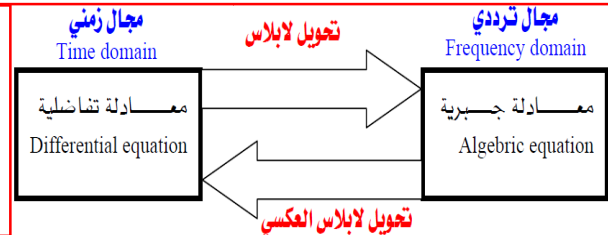
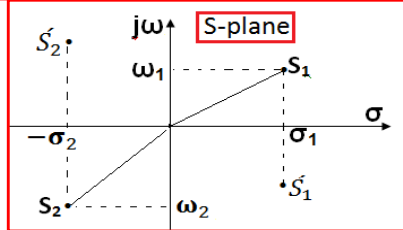
$S$  is complex variable in  $S$ -plane

$S = \sigma + j\omega$ ; where  $j = \sqrt{-1}$

If  $S_1 = \sigma_1 + j\omega_1$  &  $S_2 = -\sigma_2 - j\omega_2$

$S_1^* = \sigma_1 - j\omega_1$  ; conjugate of  $S_1$

$S_2^* = -\sigma_2 + j\omega_2$  ; conjugate of  $S_2$

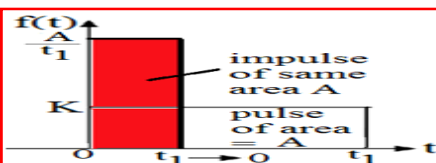


$$\begin{aligned}\mathcal{L}\{u(t)\} &= 1/S, & \mathcal{L}\{K \cdot u(t)\} &= K/S \\ \mathcal{L}\{u(t-a)\} &= e^{-as}/S, & \mathcal{L}\{K \cdot u(t-a)\} &= (K e^{-as})/S \\ \mathcal{L}\{u(t) - u(t-a)\} &= (1/S) - (e^{-as}/S) \\ \mathcal{L}\{K \cdot u(t) - K \cdot u(t-a)\} &= K(1/S) - K(e^{-as}/S)\end{aligned}$$

**٢-٢ مثال:** تحويل لابلاس للدالة:  $f(t) = K$  حيث  $K$  هو ثابت موجب أو سالب

$$F(s) = \mathcal{L}[K] = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt = \int_0^{\infty} K e^{-st} dt = K \left[ \frac{e^{-st}}{-s} \right]_0^{\infty} = -\frac{K}{s} (e^{-\infty} - e^0) = -\frac{K}{s} (0 - 1) = \frac{K}{s}$$

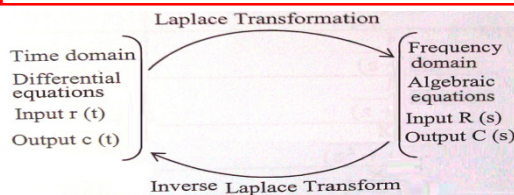
أي إن تحويل لابلاس لدالة  $K$  هو:  $\mathcal{L}(K) = \frac{K}{s}$



Laplace of impulse function  $f(t) = \frac{A}{t_1}$  &  $t_1 \rightarrow 0$

$$F(s) = \lim_{t_1 \rightarrow 0} \left[ \frac{A(1 - e^{-st_1})}{st_1} \right], \text{ indetermined value by L'Hopital's rule; } F(s) = \lim_{t_1 \rightarrow 0} \left[ \frac{Ase^{-st_1}}{s} \right] = A$$

Laplace of unit impulse  $f(t) = 1/t_1$  &  $t_1 \rightarrow 0$   **$F(s)=1$**



**٢-٣ تحويل لابلاس العكسي:** ويمكن تعريف تحويل لابلاس العكسي بالعلاقة العكسية بين  $f(t)$  و  $F(s)$  ونرمز إليه بـ:  $f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)]$  وعلى سبيل المثال:  $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{K}{s}\right] = K$

ورغم أنه بالإمكان استعمال التعريف لإيجاد تحويل لابلاس لأي دالة  $f(t)$  لكن من الأحسن الاعتماد على الجدول اللاحق الذي يعطي تحويلات أغلب الدوال التي سوف نستعملها.

## ٢-٤ بعض خاصيات تحويل لابلاس:

- ١- الخطية:  $a \cdot \mathcal{L}[f_1(t)] + b \cdot \mathcal{L}[f_2(t)] = \mathcal{L}[af_1(t) + bf_2(t)]$  حيث  $a, b$  ثابتان.
- ٢- التفاضل:  $\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = s \cdot \mathcal{L}[f(t)] - f(0) = s \cdot F(s) - f(0)$
- ٣- التفاضل الثاني:  $\mathcal{L}\left[\frac{d^2f}{dt^2}\right] = s \cdot \mathcal{L}[f(t)] - sf(0) - \frac{df(0)}{dt} = s^2 F(s) - sf(0) - \frac{df(0)}{dt}$
- ٤- التكامل:  $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(t) dt\right] = \frac{\mathcal{L}[f(t)]}{s} = \frac{F(s)}{s}$
- ٥- نظرية القيمة النهائية:  $\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$

$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$  &  $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$  where  $f(t)$  is not a periodic function

## ٢-٥ جدول تحويل لابلاس لبعض الإشارات الأساسية:

تحويل لابلاس $F(s)$	الإشارة $f(t)$	اسم الإشارة $f(t)$	م
1	$\delta(t)$	الوحدة النبضية	١
$\frac{K}{s}$	$K$	الوحدة الدرجية ( $K$ ثابت)	٢
$\frac{K}{s^2}$	$Kt$	الوحدة التساعدية	٣
$\frac{K}{s+a}$	$K \cdot e^{-at}$	الإشارة الأسية بثابت $a > 0$	٤
$\frac{K}{\tau \cdot s + 1}$	$K \cdot e^{-t/\tau}$	الإشارة الأسية بثابت زمن $\tau > 0$	٥
$\frac{a}{s(s+a)}$	$1 - e^{-at}$	الاستجابة الدرجية للنظام ذي المرتبة الأولى بثابت $a > 0$	٦
$\frac{K}{s(\tau \cdot s + 1)}$	$K(1 - e^{-t/\tau})$	الاستجابة الدرجية للنظام ذي المرتبة الأولى بثابت زمن $\tau > 0$	٧
$\frac{K\omega}{s^2 + \omega^2}$	$K \cdot \sin(\omega t)$	الإشارة الجيبية $\sin$ ، تردد زاوي $\omega$	٨
$\frac{Ks}{s^2 + \omega^2}$	$K \cdot \cos(\omega t)$	الإشارة الجيبية $\cos$ ، تردد زاوي $\omega$	٩
$\frac{K\omega}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$K \cdot e^{-at} \cdot \sin \omega t$	الاستجابة الأسية الجيبية $\sin$	١٠
$\frac{K(s+a)}{(s+a)^2 + \omega^2}$	$K \cdot e^{-at} \cdot \cos \omega t$	الاستجابة الأسية الجيبية $\cos$	١١
$\frac{K}{(s+a)^2}$	$K \cdot t \cdot e^{-at}$	الاستجابة الخطية الأسية	١٢

## Table of Laplace Transformations

<http://www.intmath.com/laplace-transformation/>  
This is **interactive mathematics** where you learn math

Time Function $f(t)$ $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	Laplace Transform $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	Time Function $f(t)$ $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\}$	Laplace Transform $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$
1	$\frac{1}{s} \quad s > 0$	$te^{-t}$	$\frac{1}{(s+1)^2} \quad s > -1$
$t$ (unit-ramp function)	$\frac{1}{s^2} \quad s > 0$	$1 - e^{-t/T}$	$\frac{1}{s(1+Ts)} \quad s > -1/T$
$t^n$ ( $n$ , a positive integer)	$\frac{n!}{s^{n+1}} \quad s > 0$	$e^{at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s-a)^2 + \omega^2} \quad s > a$
$e^{at}$	$\frac{1}{s-a} \quad s > a$	$e^{at} \cos \omega t$	$\frac{s-a}{(s-a)^2 + \omega^2} \quad s > a$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad s > 0$	$u(t)$	$\frac{1}{s} \quad s > 0$
$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2} \quad s > 0$	$u(t-a)$	$\frac{e^{-as}}{s} \quad s > 0$
$t^n g(t)$ , for $n = 1, 2, \dots$	$(-1)^n \frac{d^n G(s)}{ds^n}$	$u(t-a)g(t-a)$	$e^{-as}G(s)$ Time-displacement theorem
$t \sin \omega t$	$\frac{2\omega s}{(s^2 + \omega^2)^2} \quad s >  \omega $	$g'(t)$	$sG(s) - g(0)$
$t \cos \omega t$	$\frac{s^2 - \omega^2}{(s^2 + \omega^2)^2} \quad s >  \omega $	$g''(t)$	$s^2 \cdot G(s) - s \cdot g(0) - g'(0)$
$g(at)$	$\frac{1}{a} G\left(\frac{s}{a}\right)$ Scale property	$g^{(n)}(t)$	$s^n \cdot G(s) - s^{n-1} \cdot g(0) - s^{n-2} \cdot g'(0) - \dots - g^{(n-1)}(0)$
$e^{at} g(t)$	$G(s-a)$ Shift property	$\int_0^t g(t) dt$	$\frac{G(s)}{s}$
$e^{at} t^n$ , for $n = 1, 2, \dots$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}} \quad s > a$	$\int g(t) dt$	$\frac{G(s)}{s} + \frac{1}{s} \left\{ \int g(t) dt \right\}_{t=0}$

### Notes on the Laplace Inverse Transformation (ملاحظات على التحويل العكسي للابلاس):

الجدول بها علاقات كثيرة لتحويل لابلاس للذوال  $f(t)$  إلى  $F(s)$  والعكس، وبرغم ذلك توجد معادلات مركبة خارج الجدول يلزم تبسيطها لشكل ذوال في الجدول

**Partial Fraction Expansion:** Let function  $F(s)$  for which inverse transform is desired often appears as ratio of 2-polynomials:

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{a_i s^i + a_{i-1} s^{i-1} + a_{i-2} s^{i-2} + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + b_{n-2} s^{n-2} + \dots + b_1 s + b_0}; \quad \text{where } b_n = 1 \text{ \& } n > i \quad (1)$$

where indices  $i$  and  $n$  are real positive integers, the  $a$ 's &  $b$ 's are constants and  $b_n$  is made equal unity ( $b_n = 1$ ). To obtain the inverse transform of this complicated function would be a difficult task. It is therefore desirable to manipulate equation (1) to a form that may be more readily handled. Specifically, it would be convenient to rearrange this ratio of 2-polynomials in groups of partial fractions each of which could be easily transformed by inspection in the Laplace tables. It is important that the highest power of  $s$  in the denominator of eqn. (1) be greater than the highest power of  $s$  in the numerator. (i.e.,  $n > i$ ).

If this is not the case, numerator may be divided by the denominator as many times as necessary to produce series of terms in  $s$  plus ratio of polynomials as remainder which satisfies condition ( $n > i$ ). In general, in the study of automatic controls, the nature of the system is such that the condition ( $n > i$ ) is satisfied and the division process is not necessary.

The denominator of equation (1) can be factored to yield the form:

$$F(s) = \frac{N(s)}{(s+r_1)(s+r_2)(s+r_3) \dots (s+r_n)}; \quad (2)$$

Where  $-r_1, -r_2, -r_3, \dots, -r_n$  are roots of  $D(s)=0$  (or zeros of  $D(s)$ , that is, values of  $s$  for which  $D(s)=0$ ) and may be either real or complex. First, consider the case where all roots of  $D(s)=0$  are different (there are no repeated roots). Then the partial fraction expansion is given by:

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{C_1}{s+r_1} + \frac{C_2}{s+r_2} + \dots + \frac{C_n}{s+r_n}; \quad (3)$$

The  $n^{\text{th}}$  constant  $C_n$  can be determined by multiplying both sides of equation(3) by the denominator of the  $n^{\text{th}}$  fraction, namely  $(s+r_n)$ . Hence the  $n^{\text{th}}$  factor may be canceled on both sides of equation (3). Next, replace  $s$  by  $-r_n$  and solve for  $C_n$ . This process is expressed mathematically by the relationship:

$$C_n = \lim_{s \rightarrow -r_n} \left[ \frac{N(s)}{D(s)} (s+r_n) \right]; \quad (4)$$

In particular, then

$$C_1 = \lim_{s \rightarrow -r_1} \left[ \frac{N(s)}{D(s)} (s+r_1) \right]; \quad C_2 = \lim_{s \rightarrow -r_2} \left[ \frac{N(s)}{D(s)} (s+r_2) \right]; \quad C_3 = \lim_{s \rightarrow -r_3} \left[ \frac{N(s)}{D(s)} (s+r_3) \right];$$

**Example (1):** Determine the partial fraction expansion and the inverse transform of the ratio of polynomials:

$$F(s) = \frac{s+2}{s^3 + 8s^2 + 19s + 12} = \frac{s+2}{(s+3)(s+4)(s+1)}$$

Solution:  $F(s)$  is expanded in partial fraction as:  $F(s) = \frac{C_1}{s+3} + \frac{C_2}{s+4} + \frac{C_3}{s+1}$ ; using equation (4) we get

$$C_1 = \frac{-3+2}{(-3+4)(-3+1)} = \frac{1}{2}; \quad C_2 = \frac{-4+2}{(-4+3)(-4+1)} = \frac{-2}{3}; \quad C_3 = \frac{-1+2}{(-1+3)(-1+4)} = \frac{1}{6}$$

Therefore,  $F(s) = \frac{1/2}{s+3} + \frac{-2/3}{s+4} + \frac{1/6}{s+1}$ ; Now by inspection using the Laplace Inverse Transform Tables we get:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2} e^{-3t} - \frac{2}{3} e^{-4t} + \frac{1}{6} e^{-t}; \quad \text{answer}$$



**Note:** If  $F(s)$  contains repeated roots in the denominator, the procedure for finding the constants  $C$ 's for the partial fraction expansion must be modified. Consider:

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{N(s)}{(s+r_1)^m (s+r_{m+1})(s+r_{m+2}) \dots (s+r_{m+n})}; \quad (5)$$

The root  $-r_1$  is repeated here  $m$  times, and there are  $n$  non-repeated roots making a total  $(m+n)$  factors of  $D(s)$ . Expanding in partial fraction from equation (5) becomes:

$$F(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{C_1}{(s+r_1)^m} + \frac{C_2}{(s+r_1)^{m-1}} + \dots + \frac{C_m}{s+r_1} + \frac{C_{m+1}}{s+r_{m+1}} + \dots + \frac{C_{m+n}}{s+r_{m+n}}; \quad (6)$$

The constants  $C_1$ ,  $C_2$ , and  $C_m$  for the repeated roots are determined from the following relationships:

$$C_1 = \lim_{s \rightarrow -r_1} \left[ \frac{N(s)}{D(s)} (s+r_1)^m \right]; \quad C_2 = \lim_{s \rightarrow -r_1} \frac{d}{ds} \left[ \frac{N(s)}{D(s)} (s+r_1)^m \right]; \quad C_m = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{s \rightarrow -r_1} \frac{d^{m-1}}{ds^{m-1}} \left[ \frac{N(s)}{D(s)} (s+r_1)^m \right];$$

**Example (2):** Determine the inverse transform of the ratio of polynomials:  $F(s) = \frac{s+1}{(s+2)^2(s+3)}$

Solution:  $F(s)$  is expanded in partial fraction as:  $F(s) = \frac{C_1}{(s+2)^2} + \frac{C_2}{s+2} + \frac{C_3}{s+3}$ ;

$$C_1 = \frac{-2+1}{-2+3} = -1; \quad C_2 = \lim_{s \rightarrow -2} \frac{d}{ds} \left[ \frac{s+1}{s+3} \right] = \lim_{s \rightarrow -2} \frac{(s+3) - (s+1)}{(s+3)^2} = \frac{(-2+3) - (-2+1)}{(-2+3)^2} = 2; \quad C_3 = \frac{-3+1}{(-3+2)^2} = -2$$

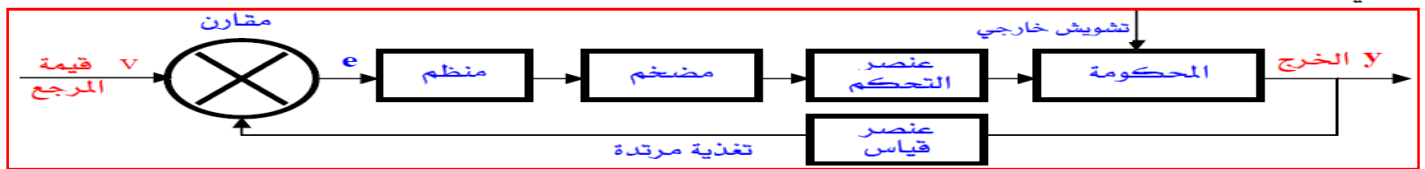
Therefore,  $F(s) = \frac{-1}{(s+2)^2} + \frac{2}{s+2} + \frac{-2}{s+3}$ ; Now by inspection using the Laplace Inverse Transform Tables we get:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(s)] = -te^{-2t} + 2e^{-2t} - 2e^{-3t}; \quad \text{answer}$$

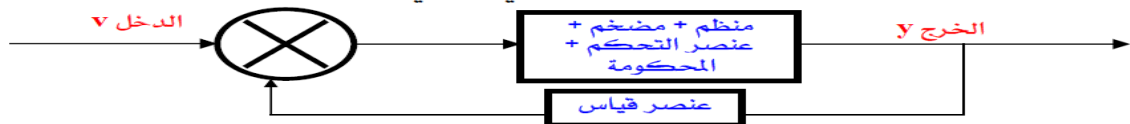
### ٣- دالة التحويل:

هي النموذج الرياضي الذي يمثل به أي عنصر من عناصر دائرة التحكم ويمكن استنتاج دالة التحويل الإجمالية للنظام انطلاقاً من معرفة دوال تحويل العناصر المكونة للنظام. ويمكن تقسيم التحكم في العمليات الصناعية إلى جزأين:

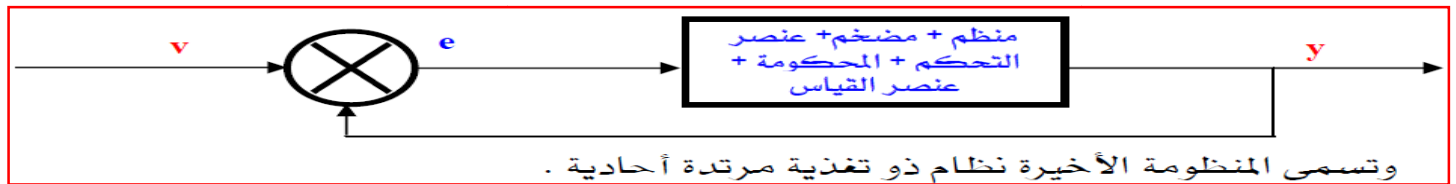
- ١- العملية الصناعية.
- ٢- أجهزة التحكم: وتحتوي على العناصر التالية: عنصر قياس، ومقارن، ومنظم، وعنصر التحكم النهائي.



يمثل الشكل في الأعلى ما يسمى بالمخطط الصندوقي لنظام تحكم مغلق الدائرة وقد تحتوي الدائرة على عناصر أخرى لمعالجة الإشارة كالمرشحات... إلخ. يمكن اختصار المخطط السابق بالمخطط الصندوقي التالي:



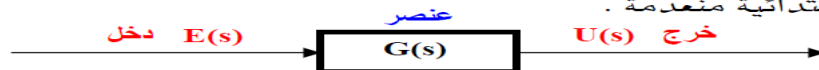
وقد تكون إشارة الخرج هي القيمة المقاسة (إشارة القياس) فيكون الرسم كالتالي:



وتسمى المنظومة الأخيرة بنظام ذو تغذية مرتدة أحادية.

### ٣- ١ تعريف دالة التحويل للعنصر:

دالة التحويل لعنصر ما، هي نسبة تحويل لابلاس لإشارة خرج هذا العنصر على تحويل لابلاس لإشارة دخله مع افتراض الظروف الابتدائية منعدمة.



$$\frac{U(s)}{E(s)} = G(s) \quad \text{دالة التحويل للعنصر هي:}$$

مثال: ماهي الدالة التحويلية لعنصر إذا طبقنا عليه وحدة درجية في الدخل أعطى الإشارة  $U(t) = 1 - e^{-t}$  الخرج. **الجواب:**

$$E(t)=1 \quad \boxed{?} \quad U(t)=1-e^{-t}$$

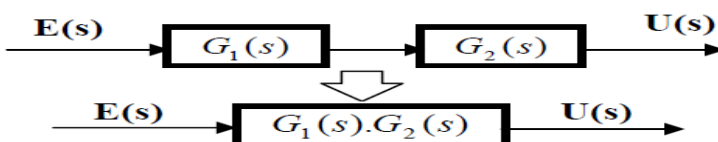
- أولاً علينا بحساب تحويل لابلاس للدخل والخرج:  $E(s) = \mathcal{L}[e(t)] = \mathcal{L}[1] = \frac{1}{s}$

$$U(s) = \mathcal{L}[e(t)] = \mathcal{L}[1 - e^{-t}]$$

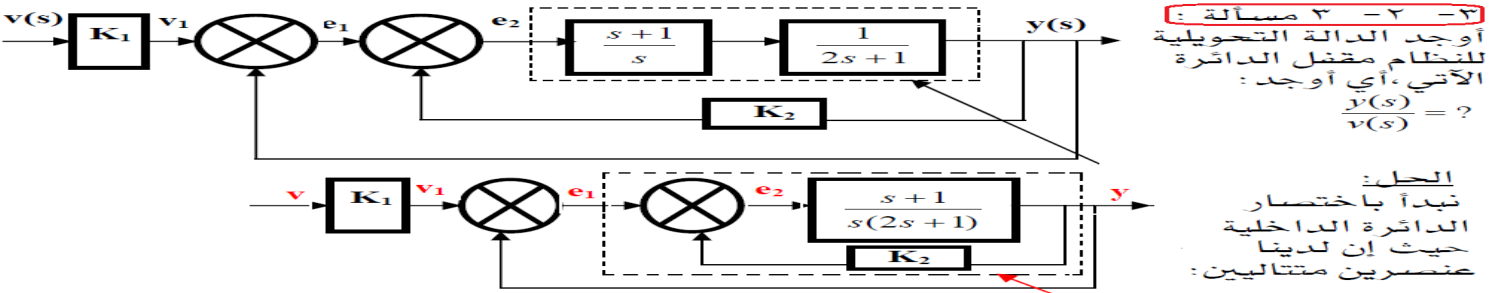
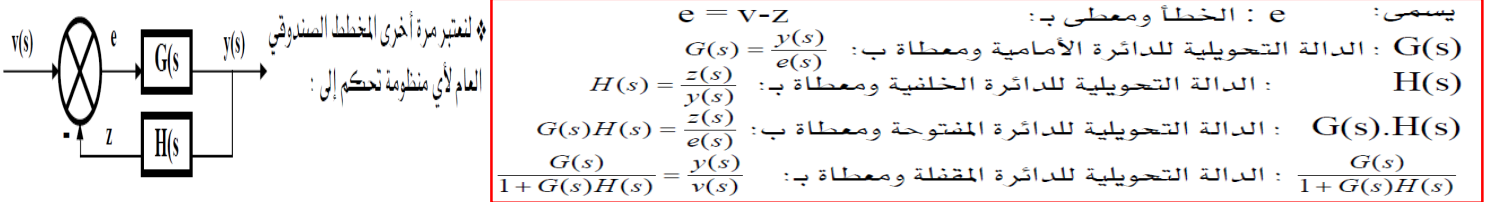
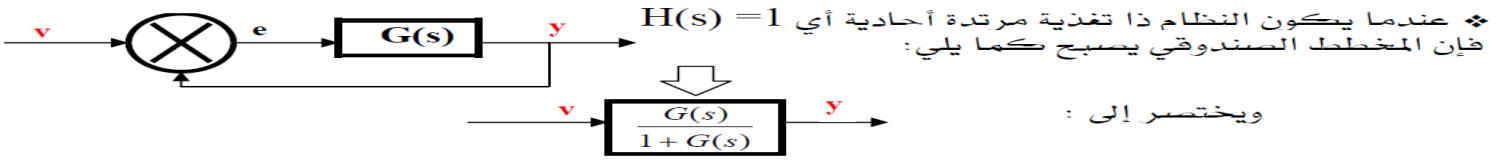
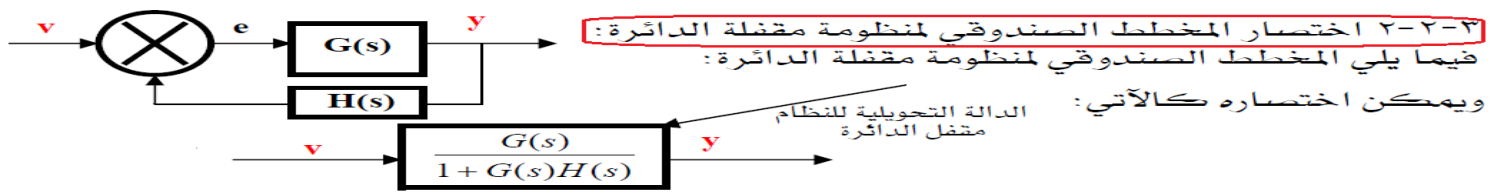
باستعمال جدول تحويل لابلاس:  $U(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$  وبعد الاختصار نجد أن:  $U(s) = \frac{1}{s(s+1)}$

- ثانياً من التعريف للدالة التحويلية نجد أن:  $G(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{1}{s(s+1)} \cdot \frac{s}{1} = \frac{1}{s+1}$  إذن الدالة التحويلية تكون:  $G(s) = \frac{1}{s+1}$

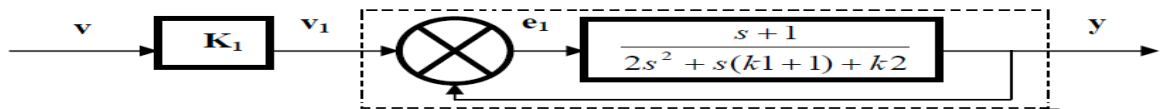
### ٣- ٢ اختصار المخطط الصندوقي:



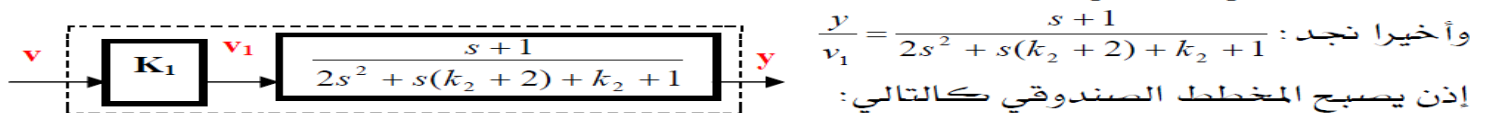
١- ٢- ٣- اختصار لعنصرين على التوالي:



الآن نختصر الدائرة الداخلية باستعمال العلاقة  $\frac{y}{e1} = \frac{G}{1+GH}$  حيث  $G = \frac{s+1}{s(2s+1)}$  و  $H(s) = K_2$  أي:  
 $\frac{y}{e1} = \frac{s+1}{2s^2 + s(k_2+1) + k_2}$  وأخيرا:  $\frac{y}{e1} = \frac{s+1}{2s^2 + s(k_2+1) + k_2}$  يعني:  $\frac{y}{e1} = \frac{G}{1+G \cdot H} = \frac{s(2s+1)}{1 + K_2(s+1)}$  وبالتالي يصبح المخطط الصندوقي كالتالي:

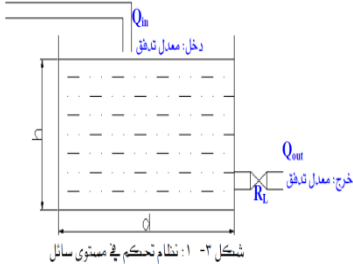


نختصر الدائرة الخارجية بالعلاقة:  $\frac{y}{v1} = \frac{G}{1+GH}$  حيث  $G = \frac{s+1}{2s^2 + s(k_2+1) + k_2}$  و  $H=1$  ونتيجة ما سبق:  
 $\frac{y}{v1} = \frac{s+1}{2s^2 + s(k_2+1) + k_2 + s + 1}$  ثم نختصر إلى:  $\frac{y}{v1} = \frac{G}{1+G} = \frac{s+1}{2s^2 + s(k_2+1) + k_2 + s + 1}$



وأخيرا لم يبق إلا عنصران على التوالي يمكن اختصارهما بأخذ العلاقة:  $\frac{y}{v} = G_1 \cdot G_2$  وهي الدالة التحويلية للنظام مقفل الدائرة.

وتمثل الدالة التحويلية في المثال السابق نظاما من المرتبة أو الدرجة الثانية نظرا لكون درجة مقام الدالة تساوي ٢



**٢-٢-٤ أمثلة:** ❖ نظام تحكم في مستوى سائل:  
 المعادلة التفاضلية لهذا النظام كما رأينا في أول هذا الباب هي:  
 $\tau \frac{dh}{dt} + h = Gq_m$   
 لنبدأ بعمل تحويل لابلاس:  $H(s) = \mathcal{L}[h(t)]$   
 وبذلك يصبح تحويل لابلاس للمعادلة التفاضلية:  
 $\tau s H(s) + H(s) = G Q_m(s)$   
 $H(s)[\tau s + 1] = G Q_m(s)$   
 $H(s) = \frac{G}{\tau s + 1} Q_m(s)$   
 $\frac{H(s)}{Q_m(s)} = \frac{G}{\tau s + 1}$

تمثل دالة التحويل للنظام تحكم في مستوى سائل.

❖ دائرة كهربية:  
 المعادلة التفاضلية لهذا النظام كما رأينا في أول هذا الباب هي:  
 $\tau \frac{dE_{out}}{dt} + E_{out} = E_m$   
 بعد عمل تحويل لابلاس لهذه المعادلة نجد أن دالة التحويل للنظام هي:  
 $\frac{E_{out}}{E_m} = \frac{1}{1 + \tau s}$

❖ نظام تحكم في سمام:  
 المعادلة التفاضلية لهذا النظام كما رأينا هي:  
 $P_m A = m \frac{d^2 x}{dt^2} + R_m \frac{dx}{dt} + \frac{1}{C_m} x$   
 بعد عمل تحويل لابلاس نجد أن دالة التحويل للنظام هي:  
 $\frac{x}{P_m} = \frac{AC_m}{1 + R_m C_m s + m C_m s^2}$



### تمارين - ٣ -

تمرين ١: أوجد تحويل لابلاس للدوال التالية باستعمال الجدول :

$$f(t) = 120 \cos 377t - 4 \quad f(t) = 2 \sin 4t - 3 \quad f(t) = 2 + e^{-2t} - 2 \quad f(t) = 12 - 1$$

$$f(t) = 12.3 + t + 5e^{-4t} - 7 \quad f(t) = 89.e^{-2t} \sin 1000t - 6 \quad f(t) = 27t - 0$$

❖ الحل:  $F(s) = \frac{120 \times 377}{s^2 + (377)^2} - \frac{4}{s}$   $F(s) = \frac{8}{s^2 + 16} - \frac{3}{s}$   $F(s) = \frac{2}{s+1} + \frac{1}{s+2} - \frac{2}{s}$   $F(s) = \frac{12}{s} - 1$

$F(s) = \frac{12.3}{s} + \frac{1}{s^2} + \frac{5}{s+4} - 7$   $F(s) = \frac{89000}{(s+2)^2 + 1000000} - 6$   $F(s) = \frac{27}{s^2} - 0$

تمرين ٢: أوجد تحويل لابلاس العكسي للدوال التالية باستعمال الجدول :

$$F(s) = \frac{17.4}{2s^2 + 32s + 128} - 4 \quad F(s) = \frac{19.6s}{s^2 + 2500} - 3 \quad F(s) = \frac{8}{s+5} - 2 \quad F(s) = \frac{27.5}{s} - 1$$

$$F(s) = \frac{8(s+1)}{(s+2)^2} = \frac{K_1}{s+2} + \frac{K_2}{(s+2)^2} - 6 \quad F(s) = \frac{350}{(s+2)^2 + 10000} - 0$$

❖ الحل: ١- باستعمال الجدول نجد:  $f(t) = 8e^{-t}$  ٢- باستعمال الجدول نجد:  $f(t) = 27.5$  ٣- باستعمال الجدول نجد:  $f(t) = 19.6 \cos 50t$

$$f(t) = 8.7te^{-8t} \quad \text{ثم باستعمال الجدول نجد: } F(s) = \frac{8.7}{s^2 + 16s + 64} = \frac{8.7}{(s+8)^2} - 4$$

$$f(t) = 3.5e^{-2t} \sin 100t \quad \text{ثم باستعمال الجدول نجد: } F(s) = \frac{(3.5)(100)}{(s+2)^2 + (100)^2} - 0$$

٦- مرحلة ١: عندما نحسب من الناحيتين في  $(s+2)^2$  نجد:  $8(s+1) = K_1(s+2) + K_2$  نعوض  $s$  بالجذر -2 في المعادلة السابقة فنجد أن:  $K_2 = -8$

مرحلة ٢: نعوض  $K_2 = -8$  في المعادلة السابقة فنجد أن:  $K_1 = 8$

مرحلة ٣: نعوض  $K_1 = 8$  في المعادلة السابقة فنجد أن:  $K_2 = -8$

$$F(s) = \frac{8}{s+2} - \frac{8}{(s+2)^2}$$

ثم نستنتج من الجدول في الخط رقم ١٢:  $f(t) = 8e^{-2t} - 8te^{-2t}$

### الإجابة

تمرين ٣: أوجد تحويل لابلاس لدوال التالية حسب الشروط المبدئية المذكورة:

أ-  $f(t) = 8 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 12 \frac{dx(t)}{dt} + 7x(t) - 4$  حسب الشرطين التاليين: ١-  $x(0) = 0$  ٢-  $x(0) = 6$  و  $\frac{dx(0)}{dt} = -4$

ب-  $f(t) = 5.5 \frac{dx(t)}{dt} + 24.2x(t) + 4.8 \int x(t) dt$  إذا كان:  $x(0) = 0$

❖ الحل: باستعمال قاعدة تحويل لابلاس للتفاضل دالة:  $F(s) = 8s^2 X(s) + 12sX(s) + 7X(s)$

تمرين ٤: يمكن وصف المنظم التناسبي- التكاملي- التفاضلي PID Controller بالمعادلة التالية:

$$i = Ke + KT_d \frac{de}{dt} + \frac{K}{T_i} \int e dt$$

حيث:  $i$ : تيار الخرج للمنظم (milliamperere).  $e$ : إشارة الخطأ (volt).  $K$ : كسب المنظم.  $T_d$ : زمن التفاضل للمنظم.  $T_i$ : زمن التكامل للمنظم.

السؤال: أوجد دالة التحويل،  $I(s)/E(s)$ ، إذا كانت:  $K=3.6$ ،  $T_d=0.008$ ،  $T_i=2.2$ .

❖ الحل: باستعمال قاعدة تحويل لابلاس للتفاضل وتكامل دالة:  $I(s) = K.E(s) + KT_d.s.E(s) + \frac{K}{T_i} \cdot \frac{E(s)}{s}$

وبذلك نجد أن:  $I(s)/E(s) = K(1 + T_d.s + \frac{1}{T_i.s})$

بعد ذلك نقوم بتعويض قيم المعاملات في المعادلة:  $I(s)/E(s) = 3.6(1 + 0.008s + \frac{1}{2.2s})$

تمرين ٥:

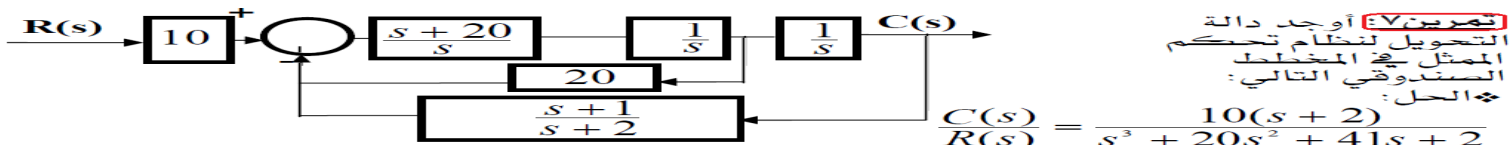
أوجد دالة التحويل  $\frac{X(s)}{I(s)}$  لنظام تحكم وهو محول لسمام إلكترونيوماتي وصف بالمعادلة التفاضلية التالية:

$$0.0001 \frac{d^2 X}{dt^2} + 0.02 \frac{dX}{dt} + X = 0.3i$$

حيث:  $x$ : الإزاحة (inch).  $i$ : تيار الدخل (mA).

الحل:  $\frac{X(s)}{I(s)} = \frac{0.3}{0.0001s^2 + 0.02s + 1}$

تمرين ٦: أوجد دالة التحويل لنظام تحكم الممثل في المخطط الصندوقي التالي:



Additional Examples: Example (1): If  $F(s) = \frac{s+1}{s^2(s+5)}$ ; find  $f(t)$

Solution:  $F(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{K_2}{s^2} + \frac{K_3}{s+5}$ ;  $K_1 = \left\{ \frac{d}{ds} \left( \frac{s+1}{s+5} \right) \right\}_{s=0} = \frac{4}{25}$ ;  $K_2 = \left[ \frac{s+1}{s+5} \right]_{s=0} = \frac{1}{5}$ ;  $K_3 = \left[ \frac{s+1}{s^2} \right]_{s=-5} = -\frac{4}{25}$

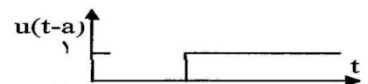
$\therefore F(s) = \frac{4}{25s} + \frac{1}{5s^2} - \frac{4}{25(s+5)}$  From inverse Laplace-Tables  $f(t) = \left( \frac{4}{25} + \frac{1}{5}t - \frac{4}{25}e^{-5t} \right)$

Example (2): If  $G(s) = \frac{s+1}{s^2(s+5)} e^{-7s}$ ; find  $f(t)$

from Laplace-tables (Time-displacement theorem) But  $L[u(t-a)f(t-a)] = e^{-as}F(s)$

From example (1):  $F(s) = \frac{s+1}{s^2(s+5)} = \frac{4}{25s} + \frac{1}{5s^2} - \frac{4}{25(s+5)}$  and  $f(t) = \left( \frac{4}{25} + \frac{1}{5}t - \frac{4}{25}e^{-5t} \right)$

$\therefore g(t) = f(t-a)u(t-a)$  where  $a = 7$   $\therefore g(t) = \left( \frac{4}{25} + \frac{1}{5}(t-7) - \frac{4}{25}e^{-5(t-7)} \right)u(t-7)$



**Example (3):** If  $F(s) = \frac{3s}{s^2 + 4s + 5}$  ; find  $f(t)$

**Solution:** let  $F(s) = \frac{3s}{(s+2)^2 + 1} = \frac{3(s+2)}{(s+2)^2 + 1} - \frac{6}{(s+2)^2 + 1}$  but  $L(\sin t) = \frac{1}{s^2 + 1}$  &  $L(\cos t) = \frac{s}{s^2 + 1}$

From Laplace Table:  $L(e^{at} f(t)) = F(s-a)$ ,  $S > a$ ; so we find that  $a = -2$   $\therefore f(t) = 3e^{-2t} \cos t - 6e^{-2t} \sin t$

**Example (4):** If  $\ddot{x} + 4\dot{x} + 8x = 0$  &  $x(0) = 0$ ,  $\dot{x}(0) = 4$  ; find  $f(t)$

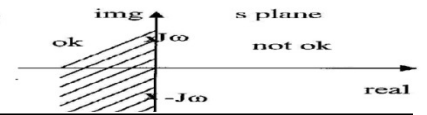
**Solution:** Taking Laplace  $s^2 X(s) - sx(0) - \dot{x}(0) + 4sX(s) - 4x(0) + 8X(s) = 0$   
 $\therefore s^2 X(s) - 4 + 4sX(s) + 8X(s) = 0$  ;  $X(s) = \frac{4}{s^2 + 4s + 8} = 2 \left( \frac{2}{(s+2)^2 + (2)^2} \right)$   
 but  $L(\sin \omega t) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$  From Laplace Table:  $L(e^{at} f(t)) = F(s-a)$ ,  $S > a$ ; so we find that  $a = -2$   
 so we find that  $x(t) = 2e^{-2t} \sin 2t$

**Example (5):** What is the steady state value for  $f(t)$  if: a)  $F(s) = \frac{3}{s(s^2 + s + 2)}$  b)  $F(s) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$

a)  $sF(s) = \frac{3}{s^2 + s + 2}$  From Final Value Theorem:  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3}{s^2 + s + 2} = \frac{3}{2}$   
 b)  $sF(s) = \frac{s\omega}{s^2 + \omega^2} = \frac{s\omega}{(s+j\omega)(s-j\omega)}$   $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{s\omega}{(s+j\omega)(s-j\omega)} = \frac{0}{0}$  this is undetermined value!

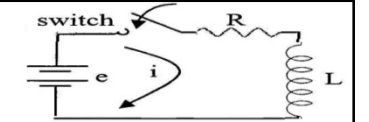
**Another solution:** However, since  $F(s)$  has poles in the right half of the s plane or j axis then the limit can't be obtained.

Here:  $f(t) = \sin \omega t$  (periodic function)  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) =$  is unknown!!!!

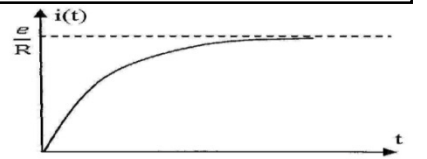


**Example (6):** Find  $i = i(t)$ , If the switch is suddenly closed

$Ri + L \frac{di}{dt} = e$  for  $t > 0$ ,  $i(0) = 0$  Taking Laplace:  $RI(s) + LSI(s) - Li(0) = E(s)$   
 since  $e(t) =$  step-function of constant value  $= e$   $\frac{I(s)}{E(s)} = \frac{1}{L(s + R/L)}$  &  $E(s) = \frac{e}{s}$



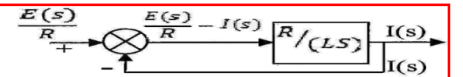
$I(s) = \frac{e}{L} \left( \frac{a}{s} + \frac{b}{(s + R/L)} \right)$  But  $a = \frac{L}{R}$ ,  $b = -\frac{L}{R}$   $\therefore I(s) = \frac{e}{R} \frac{1}{s} - \frac{e}{R} \left( \frac{1}{s + R/L} \right)$   
 By inverse Laplace:  $i(t) = \frac{e}{R} - \frac{e}{R} e^{-Rt/L}$ ,  $t > 0$



$\lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{e}{L(s + R/L)} = \frac{e}{R}$

This figure is a block diagram that represents the following equation:

$$\left( \frac{E(s)}{R} - I(s) \right) \left( \frac{R}{Ls} \right) = I(s)$$



**Example (7):** If  $q = K_1(h_0 - h)$  &  $h(0) = 0$ , find  $h(t)$

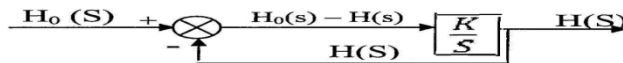
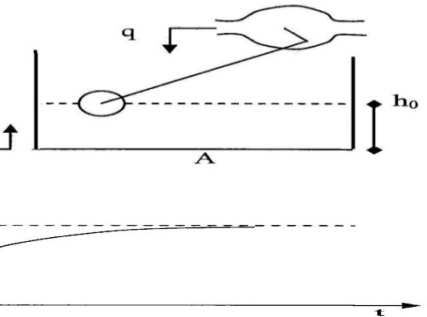
$q = k_1(h_0 - h)$  Also  $q = A \frac{dh}{dt}$   $\therefore \frac{dh}{dt} = \frac{K_1}{A}(h_0 - h) = K(h_0 - h)$ ;  $(K = \frac{K_1}{A})$

$S H(S) - h(0) = K(H_0(S) - H(s))$   $\frac{H(s)}{H_0(s)} = \frac{K}{s + K} = \frac{1}{1 + s/K}$  &  $H_0(s) = \frac{h_0}{s}$

Note: If  $\frac{\text{output}}{\text{input}} = \frac{1}{1 + \tau s}$   $\therefore$  First order system here  $\tau = 1/K$   
 $\therefore H(S) = \frac{Kh_0}{s(s + K)} = Kh_0 \left( \frac{a}{s} + \frac{b}{s + k} \right)$   $a = \frac{1}{K}$ ,  $b = -\frac{1}{K}$

$H(S) = Kh_0 \left( \frac{1}{Ks} - \frac{1}{K(s + k)} \right) = h_0 \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{(s + k)} \right)$

$$h(t) = h_0 (1 - e^{-kt}), t > 0$$

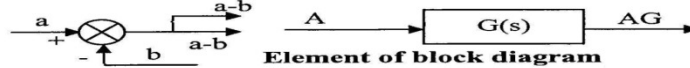


The above figure is a block diagram that represents the following equation:  $(H_0(s) - H(s)) \frac{K}{s} = H(s)$

## Block Diagram

أمثلة إضافية حول اختصارات المخطط الصندوقي

The block diagram of a system is a pictorial representation of the functions performed by each component and of the flow of signals. In block diagram all system variables are linked to each other through functional blocks. This block is a symbol for the mathematical operation on the input signal to the block that produces the output. The transfer functions of the components are usually entered in corresponding blocks, which are connected by arrows to indicate the direction of the flow of signals.

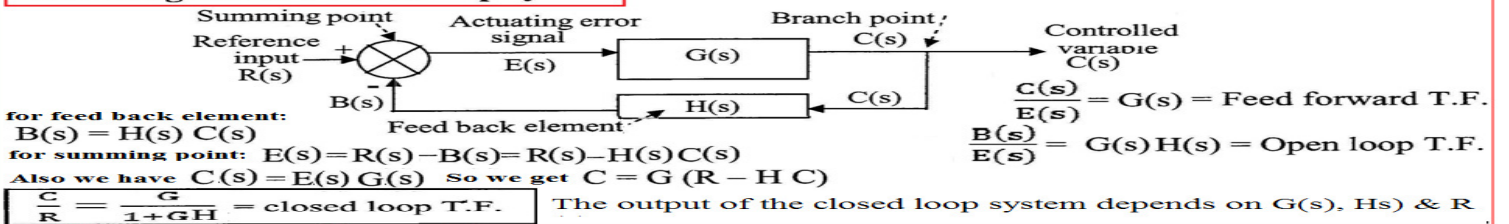


Element of block diagram

**Summing point:** is a circle with a cross that indicates a summing operation.

**Branch point:** is point from which signal from block goes concurrently to other blocks or summing points.

## Block diagram of a closed loop system:



## Closed loop system subjected to a disturbance:

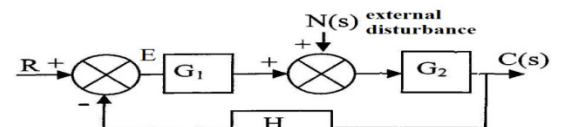
For effect of  $N$  only (taking  $R=0$ ),  
 for this closed loop we get output  $C_N$   
 $\frac{C_N}{N} = \frac{G_2}{1 + G_1 G_2 H}$

For effect of  $R$  only (taking  $N=0$ ), we get output  $C_R$   
 $\frac{C_R}{R} = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1 G_2 H}$

**Total output**  $C = C_R + C_N = \frac{G_2}{1 + G_1 G_2 H} (G_1 R + N)$  Let  $G_1 H \gg 1$  then  $G_1 G_2 H \gg 1$

$\therefore C_N \rightarrow 0$  & the effect of the disturbance is suppressed (an advantage of the closed loop system)

Also  $\frac{C_R}{R} \rightarrow \frac{1}{H}$  i.e. independent of  $G_1 G_2$  (another advantage) If  $H \approx 1$   $\therefore C \rightarrow R$





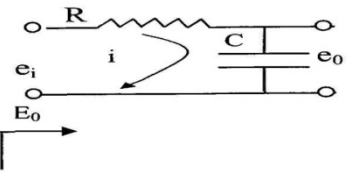
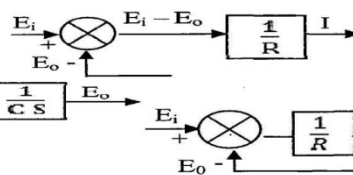
### Procedures for drawing a block diagram:

$$i = \frac{e_i - e_o}{R} \quad e_o = \frac{1}{C} \int i \, dt \rightarrow E_o = \frac{1}{C S} I$$

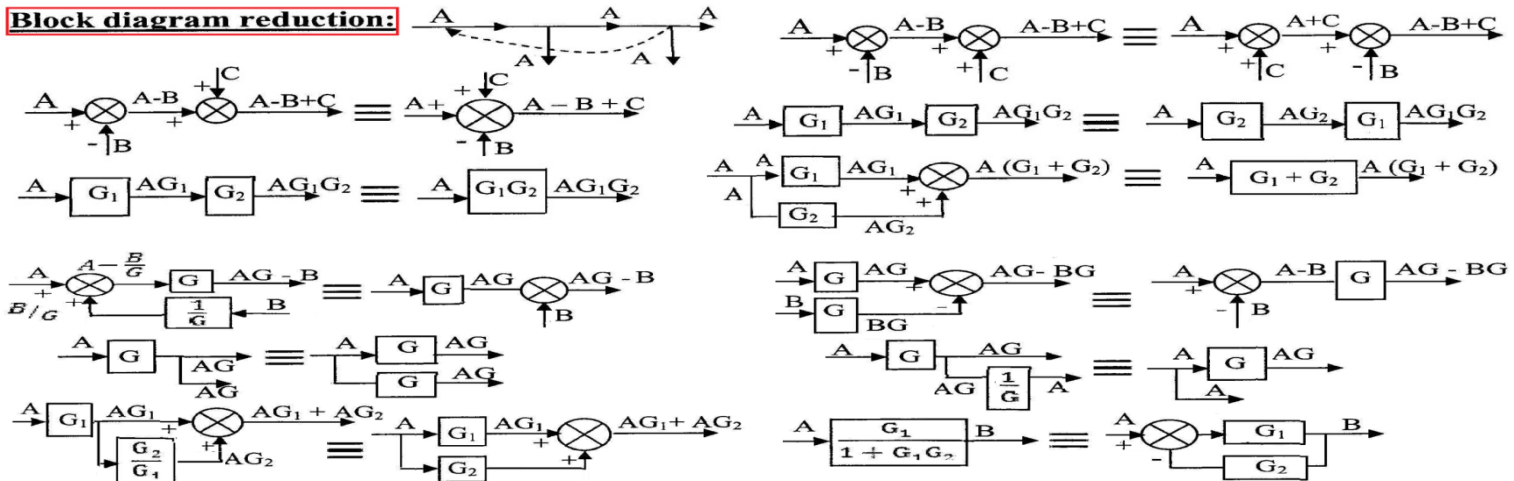
For the closed loop system

The T.F. of the system

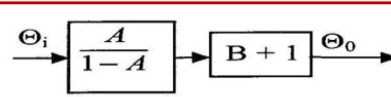
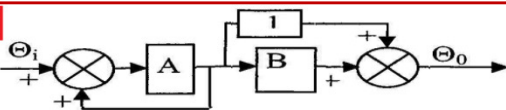
$$\frac{E_o}{E_i} = \frac{\frac{1}{R C S}}{1 + \frac{1}{R C S}}$$



### Block diagram reduction:

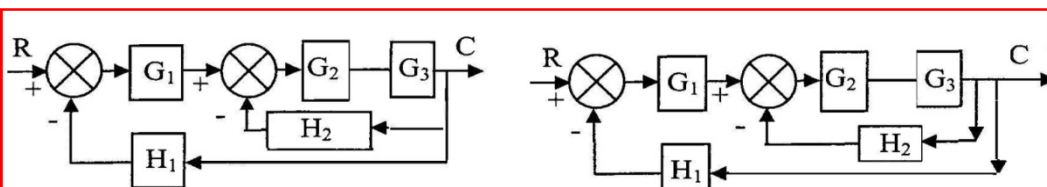
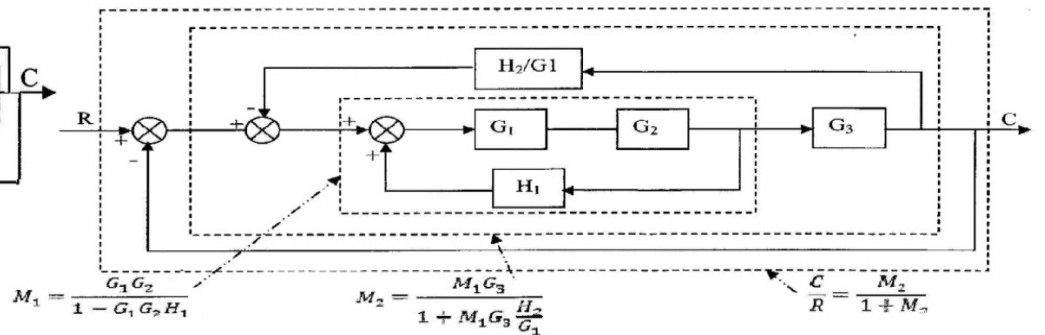
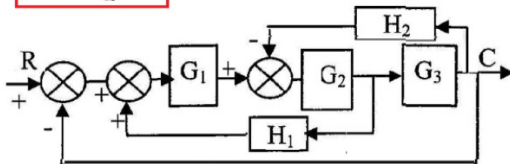


### Example:



$$\frac{\theta_i}{\theta_o} = \frac{A(B+1)}{1-A}$$

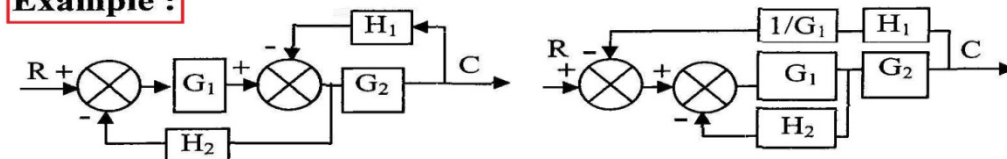
### Example:



### Example

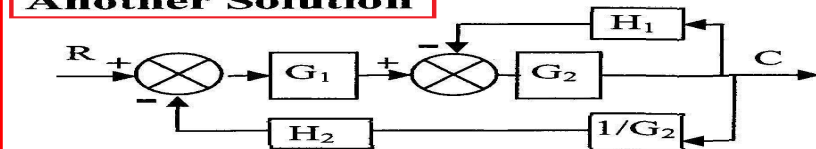
$$\frac{C}{R} = \frac{G_1 \frac{G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_2}}{1 + \frac{G_1 G_2 G_3}{1 + G_2 G_3 H_2} H_1}$$

### Example :



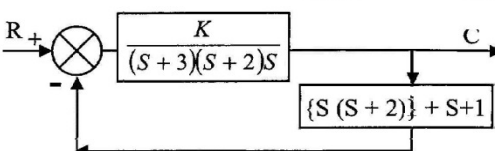
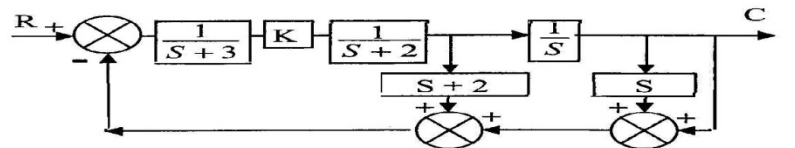
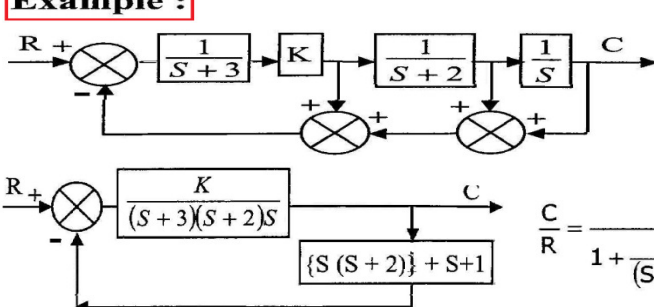
$$\frac{C}{R} = \frac{\frac{G_1}{1 + G_1 H_2} (G_2)}{1 + \frac{G_1}{1 + G_1 H_2} (G_2) \frac{H_1}{G_1}}$$

### Another Solution



$$\frac{C}{R} = \frac{(G_1) \frac{G_2}{1 + G_2 H_1}}{1 + \frac{G_1 G_2}{1 + G_2 H_1} \left( \frac{H_2}{G_2} \right)}$$

### Example :

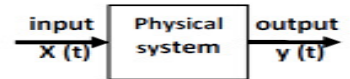


$$\frac{C}{R} = \frac{k}{1 + \frac{k}{(s+3)(s+2)s} (s(s+2) + s+1)}$$

$$\text{OR } \frac{C}{R} = \frac{K}{(s+3)(s+2)s + K(s(s+2) + s+1)}$$

## Mathematical Modeling

It is finding Governing Differential Equations of the Physical Systems.  
So modeling is to get set of equations that represents the dynamics of the system accurately or at least fairly well.



### Modeling

#### Linear time-invariant systems

Differential equations of constant Coefficients & single output variable consumption

#### Linear time-varying

e.g., space-crafts control system:  
mass change due to fuel

### Transfer Function G(s):

It is the Laplace Transform of the time-domain mathematical modeling. G(s) characterize the input-output relation of the system that could only be described by linear time-invariant differential equations.

$$G(S) = \frac{\text{Laplace \{output } y(t)\}}{\text{Laplace \{input } x(t)\}} = \frac{Y(S)}{X(S)}$$

### 1- Mechanical Systems:

1) Stiffness  $\rightarrow x$   $\xrightarrow{F(t)}$

$$F(t) = K x(t)$$

$$F(S) = K X(S)$$

2) Damping  $\rightarrow x(t)$   $\xrightarrow{F(t)}$

$$F(t) = C \dot{x}(t)$$

$$F(S) = C S X(S)$$

3) Inertia force  $\rightarrow x(t)$   $\xrightarrow{F(t)}$

$$M \ddot{x}(t) = F(t)$$

$$F(S) = M S^2 X(S)$$

#### From free body diagram of one mass system:

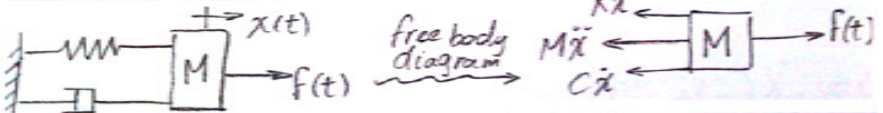
$$f(t) = M \ddot{x} + C \dot{x} + K x$$

$$F(s) = M s^2 x(s) + C s x(s) + K x(s)$$

$$F(s) = x(s)[M s^2 + C s + K]$$

$$G(s) = \frac{\text{output}}{\text{input}} = \frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{M s^2 + C s + K}$$

System with one mass =



#### A System having two-masses:

From free body diagram of mass ( $M_1$ ):

$$(M_1 S^2 + K_1 + K_2 + C_2 S) \cdot x_1(s) - (C_2 S + K_2) x_2(s) = F(s) \dots (1)$$

From free body diagram of mass ( $M_2$ ):

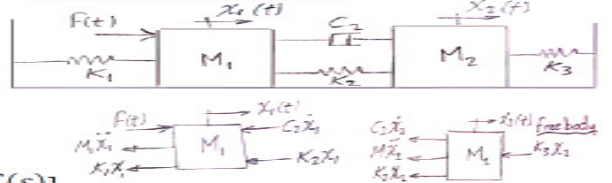
$$-(C_2 S + K_2) \cdot x_1(s) + (M_2 S^2 + C_2 S + K_2 + K_3) \cdot x_2(s) = 0 \dots (2)$$

The Matrix will be:

$$\begin{bmatrix} (M_1 S^2 + K_1 + K_2 + C_2 S) & -(C_2 S + K_2) \\ -(C_2 S + K_2) & (M_2 S^2 + C_2 S + K_2 + K_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(s) \\ x_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$

For  $x_1$ , the Transfer function:  $G(s) = \frac{x_1(s)}{F(s)}$ ; and For  $x_2$ , the Transfer function:  $G(s) = \frac{x_2(s)}{F(s)}$

System of two-masses



#### A System having three-masses:

$$[M_1 S^2 + (C_1 + C_2)S + (K_1 + K_2)]x_1 - K_2 x_2 - C_3 S x_3 = 0 \dots (1)$$

$$-K_2 x_1 + [M_2 S^2 + (C_2 + C_4)S + K_2]x_2 - C_4 S x_3 = F(s) \dots (2)$$

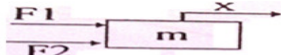
$$-C_3 S x_1 - C_4 S x_2 + [M_3 S^2 + (C_3 + C_4)S]x_3 = 0 \dots (3)$$

The Matrix will be:

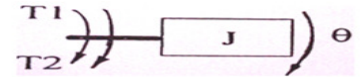
$$\begin{bmatrix} [M_1 S^2 + (C_1 + C_2)S + (K_1 + K_2)] & -K_2 & -C_3 S \\ -K_2 & [M_2 S^2 + (C_2 + C_4)S + K_2] & -C_4 S \\ -C_3 S & -C_4 S & [M_3 S^2 + (C_3 + C_4)S] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$

We solve these set of equations. For  $x_1$ ,  $G(s) = \frac{x_1(s)}{F(s)}$ ; and For  $x_2$ ,  $G(s) = \frac{x_2(s)}{F(s)}$ ; and For  $x_3$ ,  $G(s) = \frac{x_3(s)}{F(s)}$

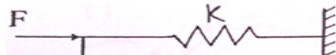
Inertia  $\sum F = m \ddot{x}$



Inertia  $\sum T = J \ddot{\theta}$



spring  $F(t) = k x(t)$



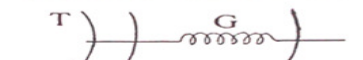
spring  $F = k (y - x)$



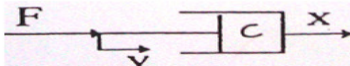
spring  $T = G \theta$



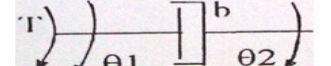
spring  $T = G (\theta_1 - \theta_2)$



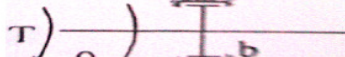
Damper  $F = C (\dot{y} - \dot{x})$



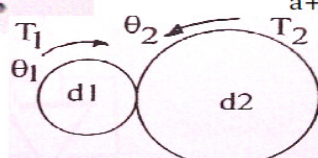
Damper  $T = b (\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2)$



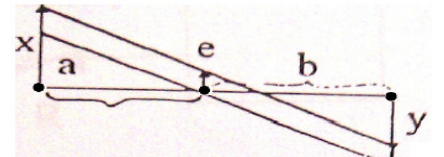
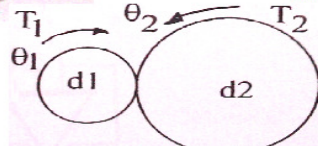
Damper  $T = b \dot{\theta}$



Lever  $e = \frac{b}{a+b} x - \frac{a}{a+b} y$



Gear ratio  $n = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{T_2}{T_1} > 1$





## 2- Hydraulic Systems:

Tank Level  $q_i(t) - q_o(t) = A \frac{dh}{dt} = \frac{A}{\rho g} \frac{dp}{dt}$

Where  $C$  : Hydraulic capacitance is change in liquid volume per unit change in head;

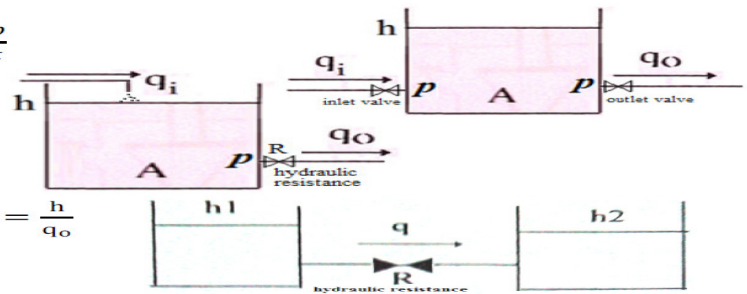
$C = A\Delta h/\Delta h = A$ ; some time  $C$  is taken as  $C = \frac{A}{\rho g}$

$R$ : valve hydraulic resistance is head change to cause unit change in output flow rate;

$R = \frac{dh}{dq_o}$ ; for linear resistance(laminar flow)  $R = \frac{h}{q_o}$

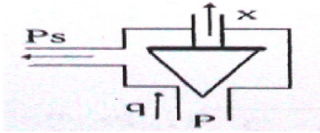
Connected two tanks:  $\frac{dq}{dt} = \frac{1}{R} \left( \frac{dh_1}{dt} - \frac{dh_2}{dt} \right)$

Flow meter orifice:  $\frac{dq}{dt} = \frac{1}{R} \left( \frac{dp_1}{dt} - \frac{dp_2}{dt} \right)$

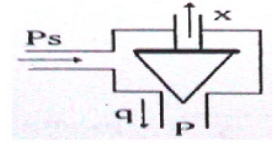
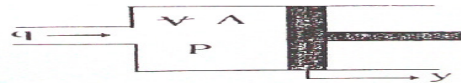


Throttling valve:  $\frac{dq}{dt} = K_v \frac{dx}{dt} - K_p \frac{dp}{dt}$

Throttling valve:  $\frac{dq}{dt} = K_v \frac{dx}{dt} + K_p \frac{dp}{dt}$



piston  $q = A \frac{dy}{dt} + \frac{v}{\beta} \frac{dp}{dt}$

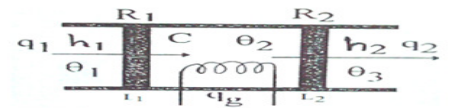


## 3- Thermal Systems:

Heat flow :  $q_1 = \frac{\theta_1 - \theta_2}{R_1}$  &  $q_2 = \frac{\theta_2 - \theta_3}{R_2}$

Thermal resistance :  $R_1 = \frac{1}{A h_1} + \frac{L_1}{A K_1}$  &  $R_2 = \frac{1}{A h_2} + \frac{L_2}{A K_2}$

Heat generated :  $q_1 + q_g = C \frac{d\theta_2}{dt} + q_2$



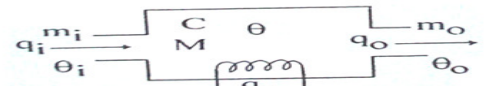
## Thermo-fluid:

$q_i + q_g = q_s + q_o$

$q_i = C \theta_i \frac{dm_i}{dt}$  &  $q_o = C \theta_o \frac{dm_o}{dt}$  &  $q_s = M \check{C} \frac{d\theta}{dt}$

Where Thermal Capacitance is  $= C = M \check{C}$

Thermal resistance is  $R$  : For conduction  $R = L/KA$  & For convection  $R = 1/hA$

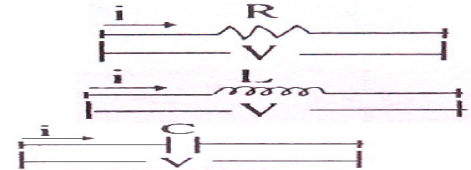


## 4- Electrical Systems:

Resistance  $R$  :  $V(t) = R i(t)$  & Laplace:  $V(S) = R I(S)$

Inductance  $L$  :  $V = L \frac{di}{dt}$  & Laplace:  $V(S) = L . S . I(s)$

Capacitance  $C$  :  $V = \frac{1}{C} \int i dt$  & Laplace:  $V(S) = \frac{1}{C.S} I(s)$

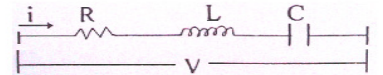


**Series connection (open loop system)** :  $V(t) = V_1 + V_2 + V_3 = i(t) R + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i(t) dt$

$V(s) = R I(s) + L . S . I(s) + \frac{1}{C.S} I(s) = I(s) . (R + L S + \frac{1}{C.S})$

$V(s) = I(s) . (\text{Sum of all series impedances})$

**Transfer function:**  $G(s) = \text{Output/Input}$ ,  $G(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{(R + L S + \frac{1}{C.S})}$

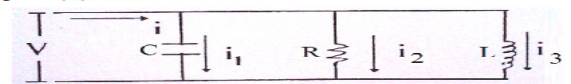


**Parallel connection:**  $i(t) = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{V(t)}{R} + C \frac{dV(t)}{dt} + \frac{1}{L} \int V(t) dt$

Input  $V(s) = I(s) . (\text{Sum of all parallel capacitances})$

$I(s) = \frac{V(S)}{R} + C . S . V(s) + \frac{1}{L . S} V(s) = V(s) . (\frac{1}{R} + C . S + \frac{1}{L . S})$

**Transfer function:**  $G(s) = \text{Output/Input}$ ,  $G(s) = \frac{I(s)}{V(s)} = (\frac{1}{R} + C . S + \frac{1}{L . S})$



## Two-loops circuit:

[sum of impedances around mesh 1].  $I_1(s)$  - [sum of impedances common on 1,2].  $I_2(s)$

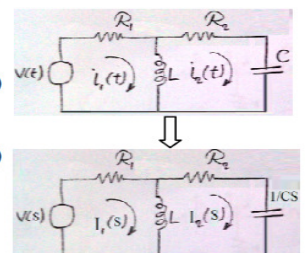
= [sum of applied voltages on mesh 1].....(1)

- [sum of impedances common on 1,2].  $I_1(s)$  - [sum of impedances around mesh 2].  $I_2(s)$

= [sum of applied voltages on mesh 2].....(2)

From 1 & 2 we get the Matrix form:

$\begin{bmatrix} \text{impedance} \\ \text{Matrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V(s) \\ 0 \end{bmatrix}$  If solving as  $I_2(s)$  is the output. So  $G(s) = \frac{I_2(s)}{V(s)}$



## Three-loops circuit: we write the governing equation for the current in each mesh:

$(1+1+2s) . I_1(s) - (1+2s) . I_2(s) - (1) . I_3(s) = V(s)$  .....(1)

$-(1+2s) . I_1(s) + (1+2s+3s+4s) . I_2(s) - (4s) . I_3(s) = 0$  .....(2)

$-(1) . I_1(s) - (4s) . I_2(s) + (1+4s+1/s) . I_3(s) = 0$  .....(3)

We put the equations in Matrix form:

$\begin{bmatrix} 2+2s & -(1+2s) & -1 \\ -(1+2s) & (1+9s) & -4s \\ -1 & -4s & (1+4s+1/s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1(s) \\ I_2(s) \\ I_3(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V(s) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

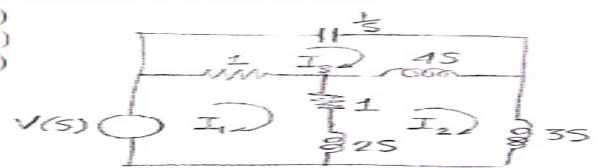
Generator :  $e_a = K_g i_f$



Motor :  $T = K_M i_a$



Amplifier :  $e_f = K_A e$





## Linear Mathematical Models

### **Speed Control Systems** (e.g. Turbine speed Governor)

For the lever arm:  $x = e \frac{a_2}{a_1 + a_2} - z \frac{a_1}{a_1 + a_2} \dots \dots \dots (1)$

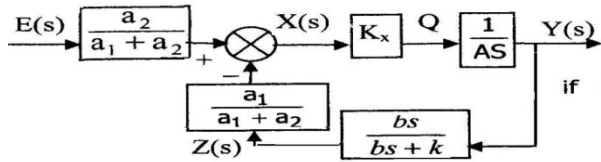
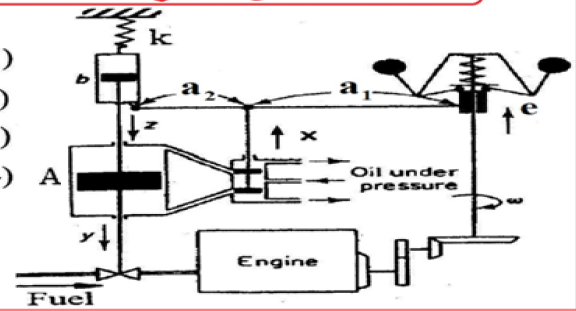
For the Directional Control Valve:  $q = k_x x$  ..... (2)

for the fuel valve  $q = A \frac{dy}{dt}$  ..... (3)

Force balance on upper damper:  $b\left(\frac{dy}{dt} - \frac{dz}{dt}\right) = k z$  .....(4)

Laplace of last eqn:  $bS[Y(s) - Z(s)] = k Z(s)$

$$bS \quad Y(s) = Z(s) [bS + k]$$



$$\frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{\frac{a_2}{a_1 + a_2}}{1 + k_x \frac{A}{s} \frac{a_1}{(a_1 + a_2)} \frac{bs}{(bs + k)}}$$

if  $k_x \frac{A}{s} \frac{a_1}{(a_1 + a_2)} \frac{bs}{(bs + k)} \gg 1$  Then  $\frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{a_2}{(a_1 + a_2)} \frac{(a_1 + a_2)(bs + k)}{a_1 bs}$

**Example** Show that the systems in figures below are analogous systems (Show that the transfer functions of the two systems are of identical form).

**Solution:** The equation of motion for the mechanical system shown in figure (a) are:  $b_1(\dot{x}_i - \dot{x}_o) + k_1(x_i - x_o) = b_2(\dot{x}_o - \dot{y})$

Also for the lower damper  $b_2(\dot{x}_o - \dot{y}) = k_2 y$

By taking the Laplace transforms of these two equations, assuming zero initial conditions, we have:

$$b_1[sX_i(s) - sX_o(s)] + k_1[X_i(s) - X_o(s)] = b_2[sX_o(s) - sY(s)]$$

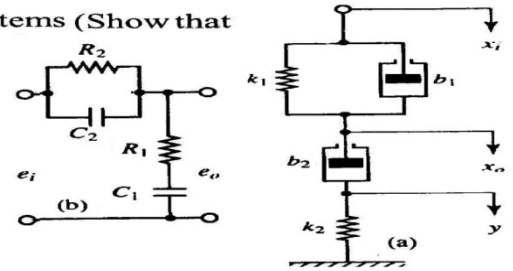
$$b_2[sX_o(s) - sY(s)] = k_2Y(s)$$

If we eliminate  $Y(s)$  from the last two equations, then we obtain:

$$b_1[sX_i(s) - sX_o(s)] + k_1[X_i(s) - X_o(s)] = b_2sX_o(s) - b_2s \frac{b_2sX_o(s)}{b_2s + k_2}$$

$$\text{or } (b_1s + k_1)X_i(s) = \left( b_1s + k_1 + b_2s - b_2s \frac{b_2s}{b_2s + k_2} \right) X_o(s)$$

Hence the transfer function  $X_o(s)/X_i(s)$  can be obtained as:



$$\frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{\left(\frac{b_1}{k_1}s + 1\right)\left(\frac{b_2}{\kappa_2}s + 1\right)}{\left(\frac{b_1}{k_1}s + 1\right)\left(\frac{b_2}{k_2}s + 1\right) + \frac{b_2}{k_1}s}$$

For electrical system in Figure (b), the transfer function  $E_o(s)/E_i(s)$  is found to be:


$$\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{R_1 + \frac{1}{C_1 s}}{\frac{1}{(1/R_2) + C_2 s} + R_1 + \frac{1}{C_1 s}} = \frac{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1)}{(R_1 C_1 s + 1)(R_2 C_2 s + 1) + R_2 C_1 s}$$

A comparison of the transfer functions shows that the systems shown in Figures (a) and (b) are analogous.

## Linearization of Nonlinear Mathematical Models تبسيط النماذج الرياضية غير الخطية

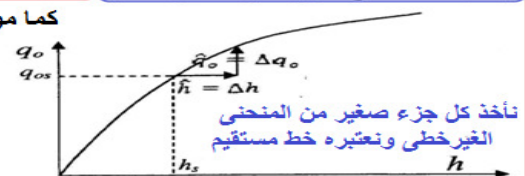
From the Figure:  $q_0(h) = c\sqrt{h}$ ; كما موضح على الرسم

(nonlinear relation between  $q_o$  &  $h$ )


 Let  $h = h_s + \Delta h$ ,  
 $q_i = q_{is} + \Delta q_i$ ,  $q_o = q_{os} + \Delta q_o$

Let  $\hat{h} = \Delta h$ ,  $\hat{q}_i = \Delta q_i$ ,  $\hat{q}_o = \Delta q_o$  (all of small values)

$$\Delta q_0 \approx \left. \frac{\partial q_0}{\partial h} \right)_{h=h_c} \Delta h$$


$$\hat{q}_o = \left( \frac{\partial q_o}{\partial n} \right)_{n=n_s} \hat{h} \quad \text{or} \quad \boxed{\hat{q}_o = \left( \frac{1}{2} c \frac{1}{\sqrt{n_s}} \right) \hat{h}} \quad \boxed{\hat{q}_o = \left( \frac{1}{R} \right) \hat{h}} ; \text{ (linear relation between } \hat{q}_o \text{ \& } \hat{h} \text{)}$$

It is only accurate provided that  $\hat{q}_o$  &  $\hat{h}$  are small. Using laplace Transformation :

$$\boxed{\hat{Q}_o = \left(\frac{1}{R}\right)\hat{H}} \text{---(1) Also from figure: } \boxed{q_i - q_o = A \frac{dh}{dt}} \quad (q_{is} + \hat{q}_i) - (q_{os} + \hat{q}_o) = A \frac{d(h_s + \hat{h})}{dt}$$

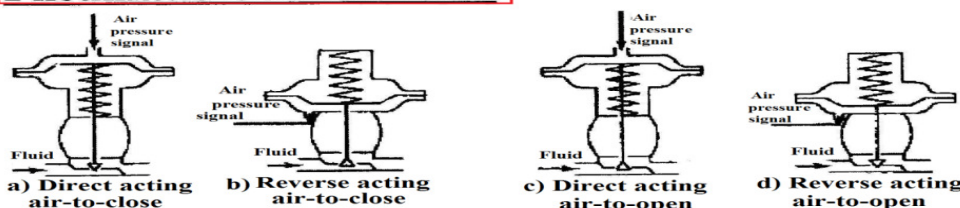
(but  $q_{is} = q_{os} = q_{s,st}$ )  $\boxed{\hat{q}_i - \hat{q}_o = A \frac{d\hat{h}}{dt}}$  Note : if the original relation is linear then the linearized equation has same form. Using Laplace transformation and form (1):

$$\left[ \hat{Q}_i - \frac{\hat{H}(s)}{R} = A(s\hat{H}(s) - \hat{h}(0)) \right] \text{-----(2) and for } \hat{h}(0) = 0 \quad \frac{\hat{H}(s)}{\hat{Q}_i(s)} = \frac{R}{(RA)s + 1} = \frac{R}{\tau s + 1}$$

$$\frac{\hat{H}(s)}{\hat{Q}_i(s)} = R \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/\tau} \right) \text{ if } \hat{Q}_i(s) = \frac{a}{s} \text{ (Step input)} \quad \hat{H}(s) = aR \left( \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1/\tau} \right)$$

$$\text{or } \hat{h}(t) = aR (1 - e^{-t/\tau})$$

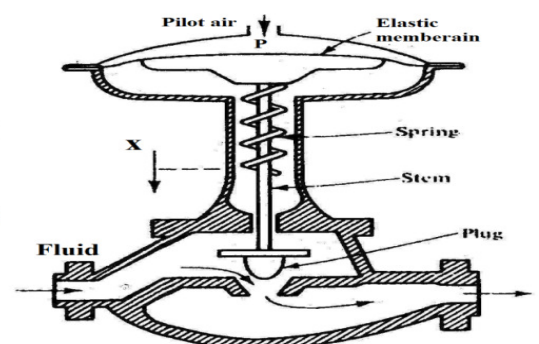
## **Pneumatic Control Valve**



From figure:  $q(x, h) = K A(x) \sqrt{h}$

Where  $x$  = stem position,  $A$  = valve opening,  
 $h$  = head difference across the valve

$$\Delta q \approx \left. \frac{\partial q}{\partial x} \right|_{n=h_s}^{q=q_s} \Delta x + \left. \frac{\partial q}{\partial h} \right|_{n=h_s}^{q=q_s} \Delta h \quad \& \quad \widehat{q} = \left[ K \frac{d\Delta}{dx} \right]_{x=x_s} \sqrt{h_s} \quad \widehat{x} + \left[ KA(x_s) \frac{1}{2\sqrt{h_s}} \right] \widehat{h}$$





$\hat{Q} = k_1 \hat{x} + k_2 \hat{h}$  Note:  $k_1 < 0$  if  $\frac{dA}{dx} < 0$  Laplace Transformation:  $\hat{Q} = k_1 \hat{X} + k_2 \hat{H}$

From main valve figure, taking force balance of moving mass (M of stem and valve disk)  $pA - kx - c \frac{dx}{dt} = M \frac{d^2x}{dt^2}$   $\hat{p}A - k \hat{x} - c \frac{d\hat{x}}{dt} = M \frac{d^2\hat{x}}{dt^2}$

$T^2 \frac{d^2\hat{x}}{dt^2} + 2\xi T \frac{d\hat{x}}{dt} + \hat{x} = K_c \hat{p}$  Where  $T^2 = \frac{M}{K}$ ,  $2\xi T = \frac{c}{K}$ ,  $K_c = \frac{A}{K}$

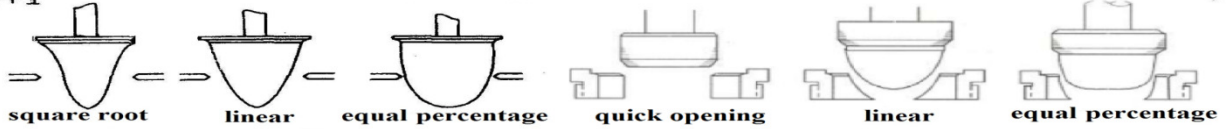
Taking Laplace Transformation :

$\frac{\hat{x}}{\hat{p}} = \frac{K_c}{T^2 s^2 + 2\xi T s + 1}$  If  $T \ll 1$  or  $M \ll k$

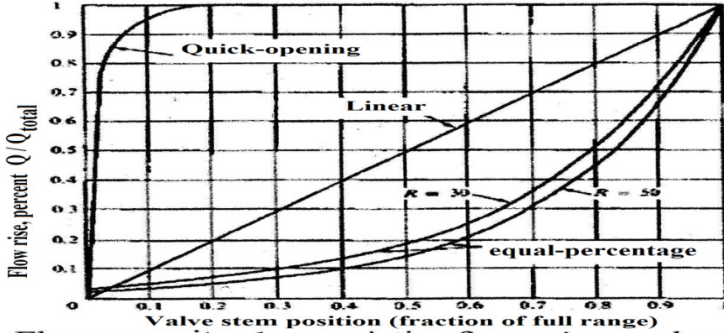
$\frac{\hat{x}}{\hat{p}} = \frac{K_c}{2\xi T s + 1} = \frac{K_c}{\tau s + 1}$

Thus  $\hat{Q} = k_1 \frac{K_c}{\tau s + 1} \hat{p} + k_2 \hat{H}$  Assuming that  $\hat{h} = 0$  (head across the valve is constant)

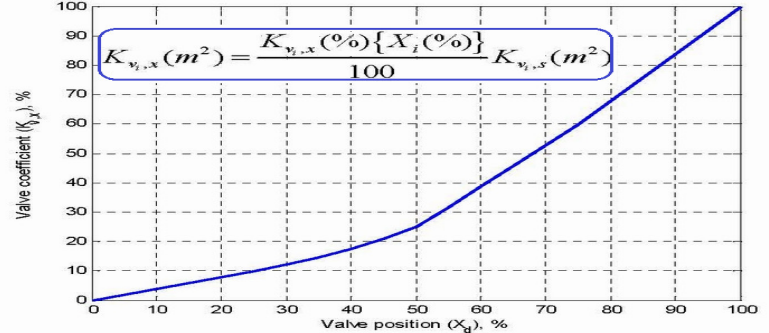
$\frac{\hat{Q}}{\hat{p}} = \frac{K_v}{\tau s + 1}$



Types of plugs for pneumatic valves



Flow capacity characteristics for various valves



Modified linear valve inherent characteristics

Modern Control Engineering.pdf يوجد أمثلة تطبيقية إضافية عديدة (في الفصل رقم 3) في المرجع الإلكتروني بعنوان

### Problems on Units (2 & 3)

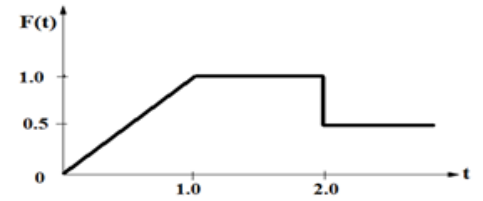
1- Find the inverse Laplace of the following functions:

(a)  $G(s) = \frac{1}{(s+3)(s+2)}$ ; (b)  $G(s) = \frac{1}{(s+4)(s+1)^2}$ ; (c)  $G(s) = \frac{1}{s(s+1)(s^2+1)}$

2- What is the Laplace transform of the following functions:

(a)  $g(t) = t^2 \cos(\omega t)$  (b)  $g(t) = e^{-t} \sin(\omega t)$

3- What is the Laplace transform of the function shown in the figure below?

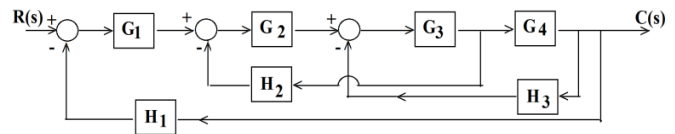


4- Solve the following differential equations using Laplace transformation:

$\frac{d^2x}{dt^2} + 3 \frac{dx}{dt} + 2x = 5$ ; where initial conditions are:  $\dot{x}(0) = 2$ ,  $x(0) = 1$

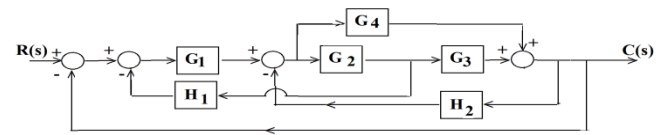
5-Using the block diagram reduction techniques, find the final closed loop Transfer Function:

$C(s) / R(s)$  for the following Control System Block Diagram.

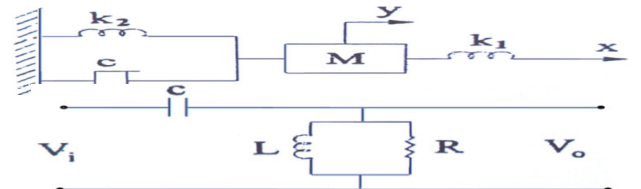


6-Using the block diagram reduction techniques, find the final closed loop Transfer Function:

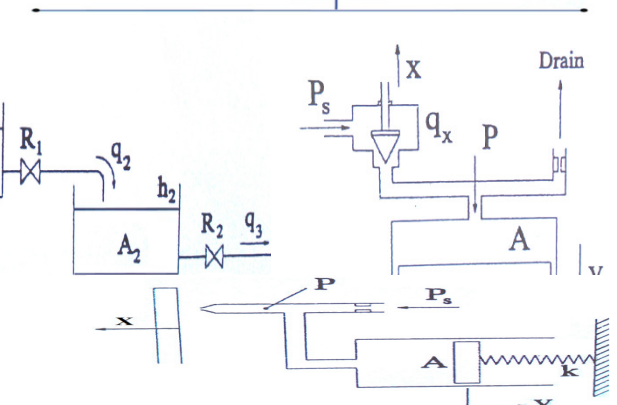
$C(s) / R(s)$  for the following Control System Block Diagram.



7- Write the differential equation and obtain the transfer function for the following if  $x$  is the input &  $y$  is the output.



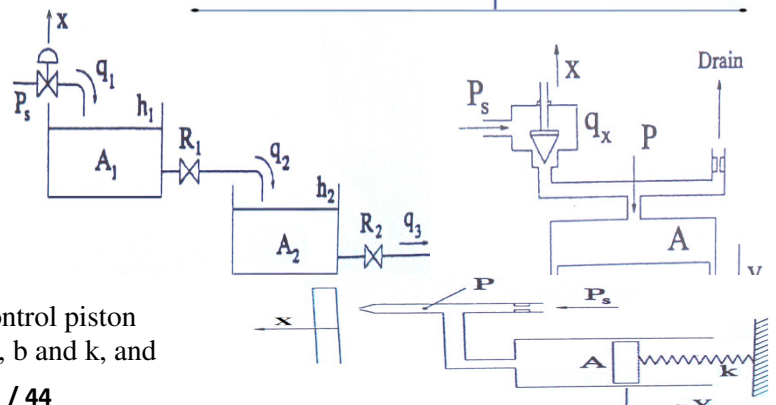
8- Obtain the transfer function;  $V_o(s) / V_i(s)$  for the following electrical system



9- Obtain the transfer function for the following hydraulic system; where the distance of the control valve opening,  $x$ , is input and  $h_2$  is the output.

10- Obtain the transfer function;  $Y(s) / X(s)$  for the following system if the piston mass and the damping effects are negligible and if the volume of oil under pressure  $P$  is  $V$  with bulk modulus  $\beta$ .

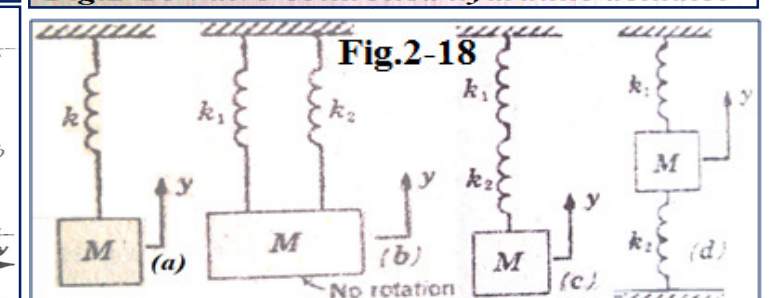
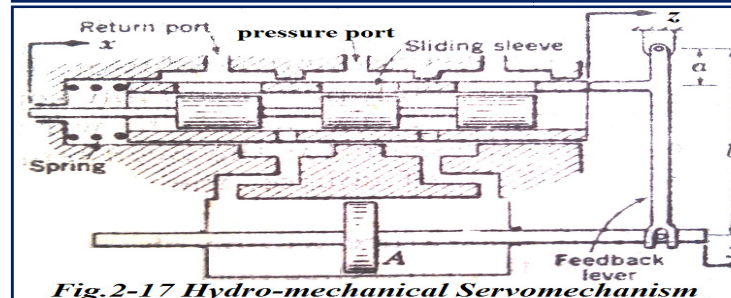
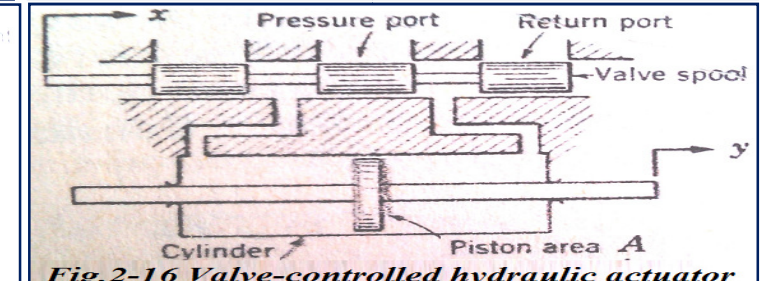
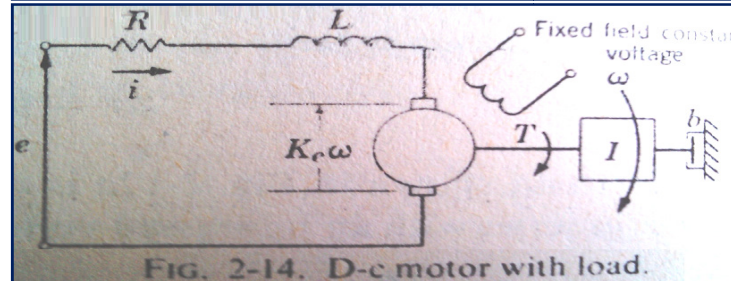
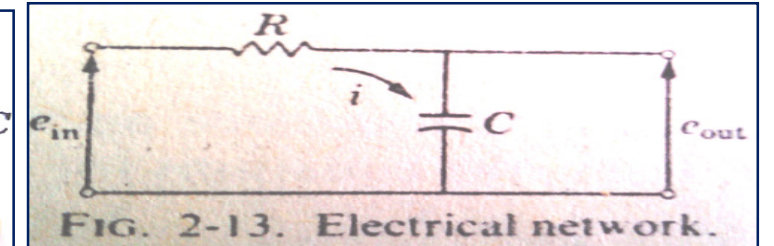
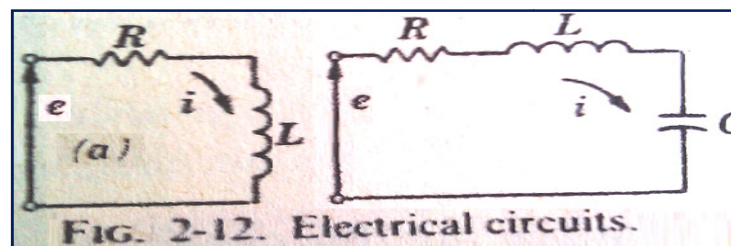
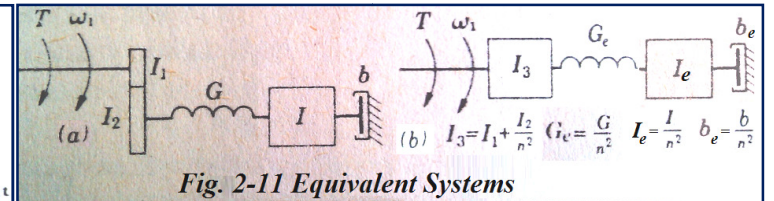
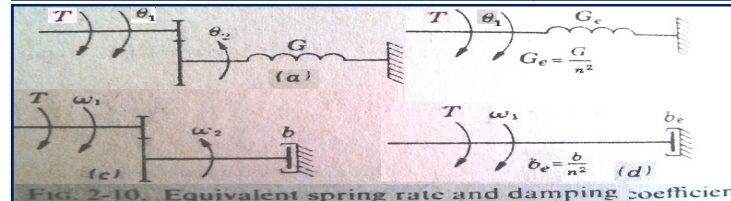
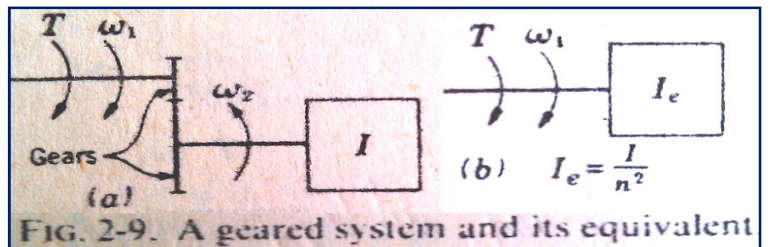
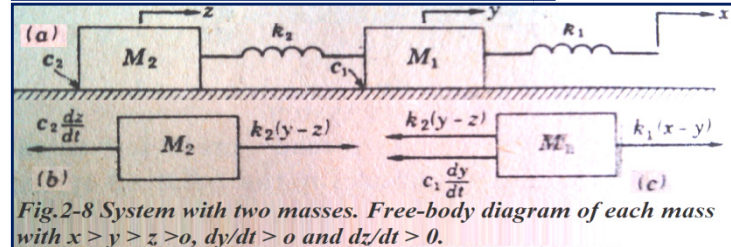
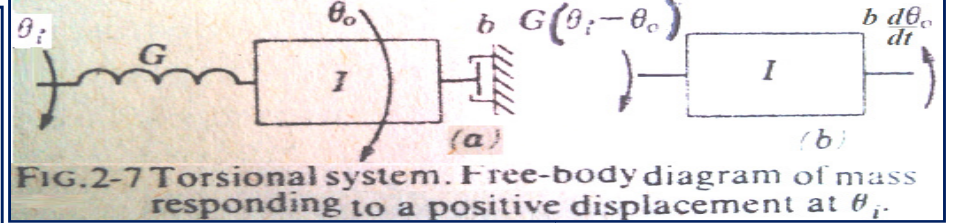
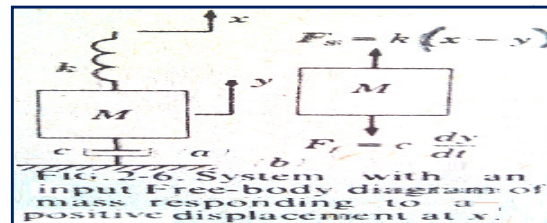
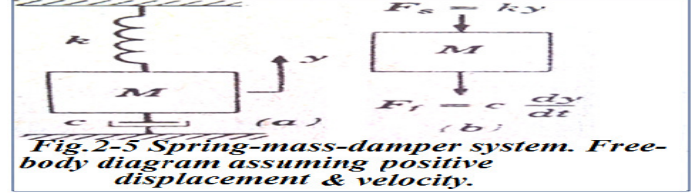
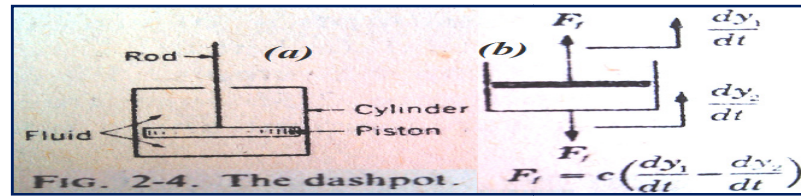
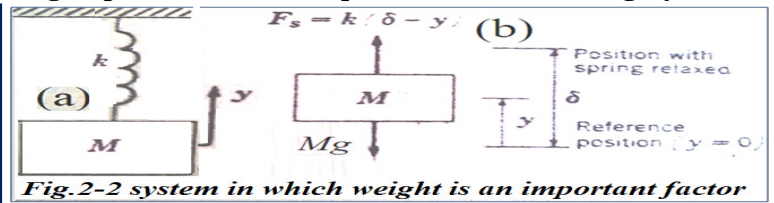
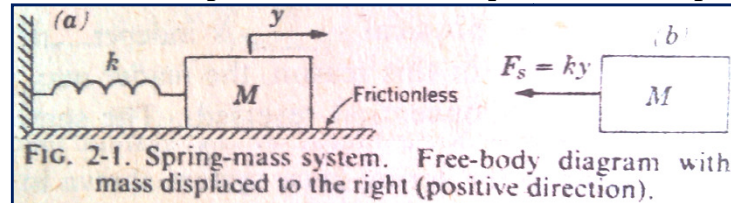
11- In the figure below the flapper-nozzle valve is used to control piston position  $y$ . Piston mass, damping, and spring constants are  $m$ ,  $b$  and  $k$ , and





piston area is  $A$ . Write the linearized equations and obtain the transfer function  $Y(s)/X(s)$  if the volume of fluid under pressure  $P$  is  $V$  with bulk modulus  $\beta$ .

**12-Find time dependent Differential equation & corresponding Laplace Transform eqn. for each of following systems:**





## الوحدة الرابعة - الاستجابة الزمنية لنظام المرتبة الأولى والثانية

### إدارة: الأهداف

- بإكمال الوحدة الرابعة يكون المتدرب قادراً على:
- أن يحصل على الاستجابة الزمنية للنظام ذو المرتبة الأولى.
- إيجاد خصائص نظام ذو المرتبة الأولى.
- أن يحصل على الاستجابة الزمنية للنظام ذو المرتبة الثانية.
- إيجاد خصائص نظام ذو المرتبة الثانية.
- فهم دراسة الاستجابة الزمنية لبعض النظم

سنناول في هذا الباب الاستجابة الزمنية لنظام المرتبة الأولى والثانية، حيث سوف نقوم بشرح الاستجابة الدائمة والعابرة وخصائص هذين النظامين.

### ١- دراسة نظام المرتبة الأولى:

#### ١-١ تعريف نظام المرتبة الأولى:

يمكن تعريف نظام المرتبة الأولى عن طريق المعادلة التفاضلية التالية: (1-4)  $\frac{dy(t)}{dt} + ay(t) = bx(t)$  ، بحيث عند الزمن  $t=0$  فإن  $y(0)=y_0$  معاملات النظام  $b$  و  $a$  : القيمة الابتدائية لخرج النظام  $y_0$  ،

أو عن طريق المعادلة التفاضلية: (2-4)  $\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Gx(t)$  ، بحيث عند الزمن  $t=0$  فإن  $y(0)=y_0$  ،  $\tau$  : ثابت الزمن ( $\tau = \frac{1}{a}$ ) ،  $G$  : كسب النظام في حالة الاستقرار ( $G = \frac{b}{a}$ )

باستخدام تحويل لابلاس على المعادلة (1-4) ، نحصل على التالي:

$$sY(s) - y_0 + aY(s) = bX(s) \Leftrightarrow (s + a)Y(s) = y_0 + bX(s)$$

ثم بقسمة طرفي المعادلة على  $s + a$  نحصل على الخرج:  $Y(s) = y_0 \frac{1}{s + a} + b \frac{1}{s + a} X(s)$

$$X(s) = \frac{E}{s} \quad Y(s) = \frac{bE}{s(s + a)} \quad \text{في حالة: } y_0=0 \text{ والدخل وحدة درجية:}$$

Step input, E

يمكن كتابة الخرج بطريقة ثانية كالتالي:  $Y(s) = \frac{bE}{s(s + a)} = \frac{bE/a}{s} - \frac{bE/a}{s + a}$  يمكن إيجاد تحويل لابلاس العكسي للدالة  $Y(s)$  عبر الزمن  $t$  كالتالي:

$$(4.3) \quad Y(t) = GE(1 - e^{-t/\tau})$$

لنقم بحساب قيمة الخرج عند القيم الزمنية التالية فنحصل على الجدول التالي:

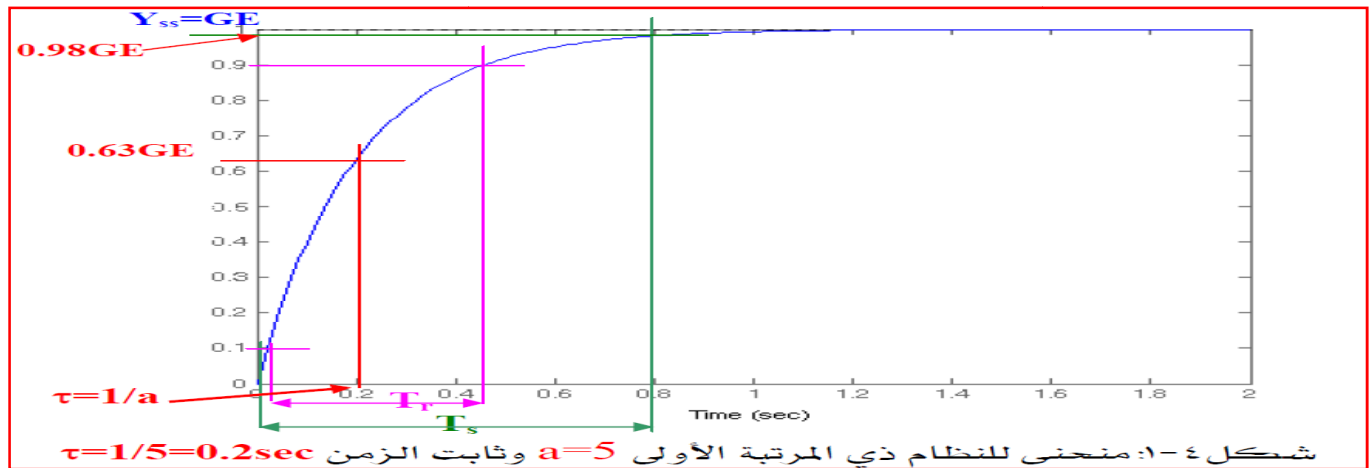
الزمن t	$\tau$	$2\tau$	$3\tau$	$4\tau$	$5\tau$
الخرج Y(t)	0.63GE	0.86GE	0.95GE	0.98GE	0.99GE

الآن سوف نستعمل المعادلات: (4.1 ، 4.2 ، 4.3) لكي نقوم بتعريف ما يلي:

أ- ثابت الزمن (Time constant ( $\tau$ ): يسمى المعامل  $\tau = 1/a$  ثابت الزمن للنظام وهو يحدد سرعة استجابة النظام ويمكن تعريفه على أنه الزمن اللازم لكي تسجل الاستجابة الدرجية إلى 63% من قيمتها النهائية.

#### ب- زمن تزايد الاستجابة (Rise Time ( $T_r$ ):

هو الزمن الذي تستغرقه المنظومة لكي تزيد قيمة الاستجابة الدرجية من 10% إلى 90% من القيمة الإستاتيكية أو النهائية لتغير التحكم  $y(\infty)$ .



#### ج- زمن التحكم (Settling Time ( $T_s$ ): $T_s = \frac{4}{a} = 4\tau$

وهو الزمن الذي تستغرقه المنظومة لكي تكون الاستجابة الدرجية لتغير التحكم  $y(t)$  حول القيمة الإستاتيكية لتغير التحكم (وعادة تؤخذ هذه القيمة في حدود  $\pm 2\%$ ).

#### ٢-١ خصائص النظام ذي المرتبة الأولى: من أهم خصائص هذا النظام:

- ثابت الزمن وهو مقياس لسرعة استجابة النظام:  $\tau = 1/a$
- زمن التحكم أو الاستقرار وهو الزمن اللازم لبلوغ نسبة (٩٨% مثلاً) من القيمة النهائية:  $T_s = 4\tau$
- قيمة الخرج عند الاستقرار:  $y_{ss} = GE$
- معامل الكسب (gain coefficient) وهو حاصل قيمة الخرج عند حالة الاستقرار على قيمة الدخل:  $G = y_{ss}/E$

❖ مثال: أوجد دالة التحويل والاستجابة الزمنية للنظام التالي لوحدته درجة وحدد الاستجابة الدائمة والاستجابة

المعبرة علما بأن المعادلة التفاضلية للنظام هي:  $\frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 10x(t)$  ، وزمن التحكم  $T_s$  ، وزمن تزايد الاستجابة  $T_r$  .

الحل: دالة التحويل للنظام بعد عمل تحويل لابلاس هي:  $sy(s) + 2y(s) = 10x(s)$  ، وبذلك نجد:  $x(s) = \frac{1}{s}$  وبذلك نجد:  $y(s) = \frac{5}{(0.5s + 1)s}$

$$y(s) = \frac{5}{(0.5s + 1)s} = \frac{10}{s(s + 2)} = \frac{5}{s} - \frac{5}{s + 2}$$

ثم نستنتج من جدول تحويل لابلاس أن:  $y(t) = 5(1 - e^{-0.5t}) = 5 - 5e^{-0.5t}$

ومن ثم تكون الاستجابة الدائمة:  $y(t = \infty) = y_{ss} = 5$

أما الاستجابة العابرة فهي:  $y(t) = -5e^{-0.5t}$  وأخيرا نجد أن:  $\tau = 0.5s$  ،  $T_s = 2s$  ،  $T_r = 1.1s$

(١-٣ مثال: نظام تحكم في مستوى سائل

لنفرض نظام تحكم في مستوى سائل الذي تمت دراسته في الباب السابق، حيث الخزان له قاعدة مربعة

الشكل بمساحة:  $A = 1m^2$  ، والصمام مقاومته الهيدروليكية:  $R = 500s/m^2$  .  
أوجد الآتي: أ- معادلة النظام ب- ثابت زمن النظام  $\tau$  ج- معامل الكسب  $G$   
د- إذا كان الدخل:  $Q_{in}(t) = 2 \times 10^{-4} m^3/s$  ، أوجد الاستجابة وارسم منحناها  
علما أن الخزان فارغ عند بداية التعتية.

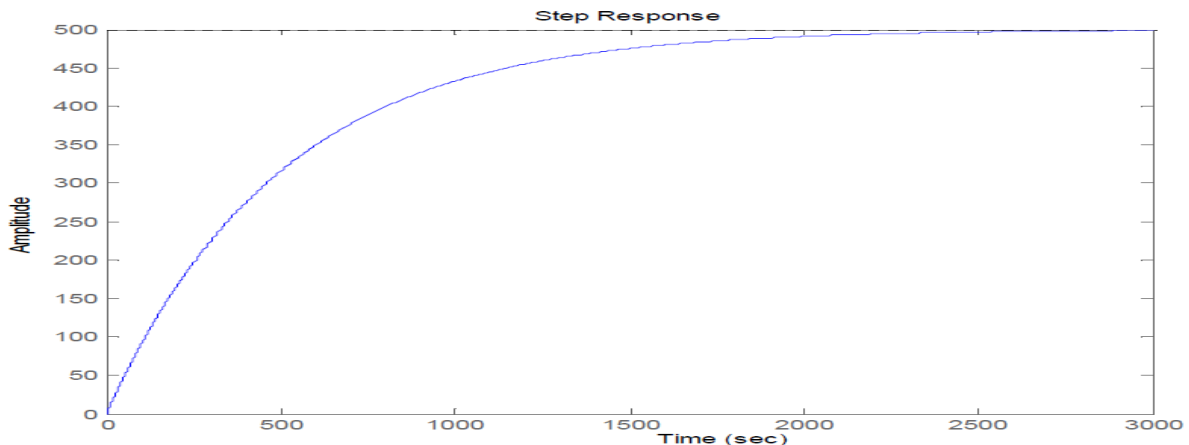
الحل: أ- المعادلة التفاضلية للنظام هي:  $AR \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = RQ_{in}(t)$

وبالتعويض عن قيمتي  $A$  و  $R$  نجد:  $500 \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = 500Q_{in}(t)$

ب- لإيجاد ثابت الزمن نطابق المعادلة السابقة بالمعادلة النموذجية للنظام ذو المرتبة الأولى وهي كما

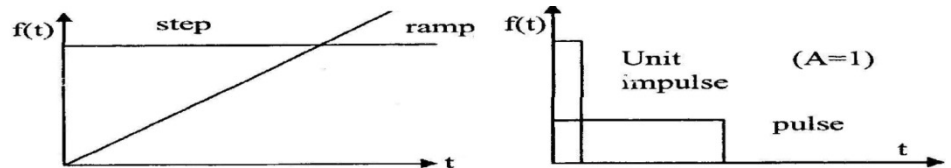
نعرف  $\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = Gx(t)$  ، فنحصل على:  $\tau = 500s$  ج- ثم نستنتج بنفس الطريقة:  $G = 500$

د- استجابة النظام لوحدته درجة:  $h(t) = GE(1 - e^{-t/\tau}) = 500(1 - e^{-0.002t})$  ومن ثم يكون منحني الاستجابة كالتالي، ونلاحظ أن الاستجابة تستقر عند  $h(t = \infty) = h_{ss} = 500$



شكل ٤-٢: منحني الاستجابة لوحدته درجة لنظام تحكم في مستوى سائل

## Transient response of 1st Order system (we examine effect of different types of inputs)



**First order system** if  $c(t)$  is input and  $r(t)$  is the output

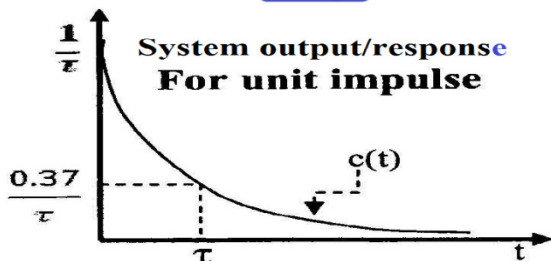
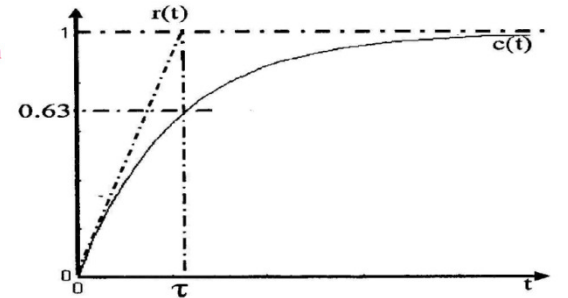
$$c + \tau \frac{dc}{dt} = r(t) \quad \text{if } c(0) = 0 \quad C + \tau S C = R \quad \text{or} \quad \frac{C}{R} = \frac{1}{1 + \tau s} \quad \text{system T.F.}$$

For unit step input:  $R = \frac{1}{s}$   $C = \frac{1}{s} - \frac{\tau}{1 + \tau s} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{\tau}}$

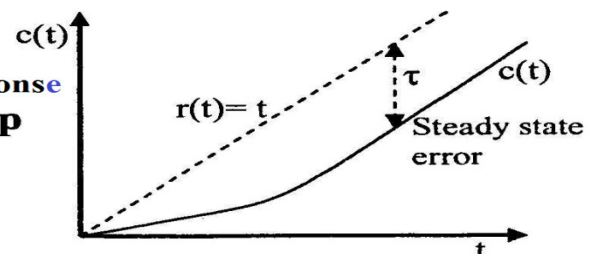
System output/response  $c(t) = 1 - e^{-t/\tau}$

For unit impulse:  $R = 1$   $c(t) = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$

For unit ramp:  $R = \frac{1}{s^2}$   $c(t) = t - \tau + \tau e^{-t/\tau}$



System output/response For unit ramp





## ٢- دراسة نظام المرتبة الثانية:

يفتح المهندسون تقريب أي منظومة من منظومات التحكم ذات نماذج رياضية من درجات أعلى بواسطة نموذج رياضي من الدرجة الثانية، وذلك لأنه يقلل الوقت والجهد اللازمة لتحليل وتصميم هذه المنظومات. وقد وجد أن هذا التقريب يكون مقبولا في معظم الحالات ولا يتجاوز الخطأ الناتج عن ذلك حدود الدقة التي يسمح بها المهندسون.

## ٢-١ تعريف نظام المرتبة الثانية:

يعرف نظام المرتبة الثانية على أن الدالة التحويلية له تكون عادة في الشكل العام التالي:

$$G(s) = \frac{b}{s^2 + as + b}, \text{ حيث } \omega_n^2 = b \text{ و } 2\xi\omega_n = a$$

ويمكن كذلك تمثيله بالنموذج الرياضي من الدرجة الثانية في الصيغة القياسية الآتية:

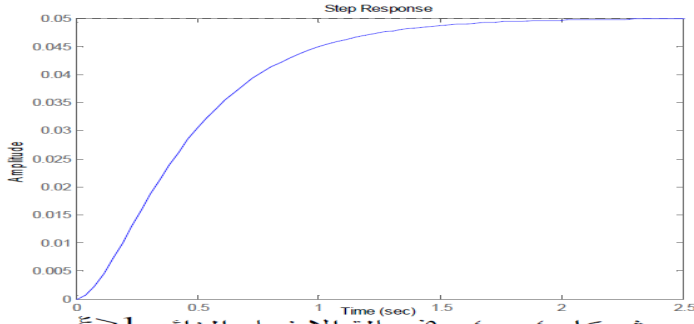
$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi\omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) = \omega_n^2 x(t)$$

حيث:  $\xi$  نسبة الكبت frequency  $\omega_n$  والتردد

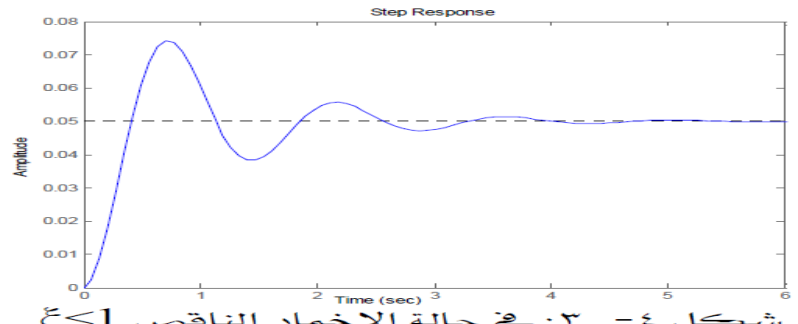
ولإيجاد منحنيات الاستجابة الدرجية فإنه توجد ثلاث حالات:

- أ- عندما تكون  $\xi < 1$  فتكون المنظومة تذبذبية Underdamped system
- ب- عندما تكون  $\xi \geq 1$  فتكون المنظومة لادورية Critically damped system
- ج- عندما تكون  $\xi = 0$  فتكون المنظومة غير مستقرة

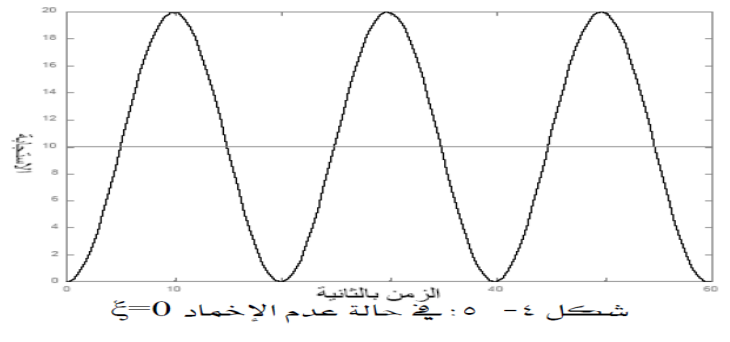
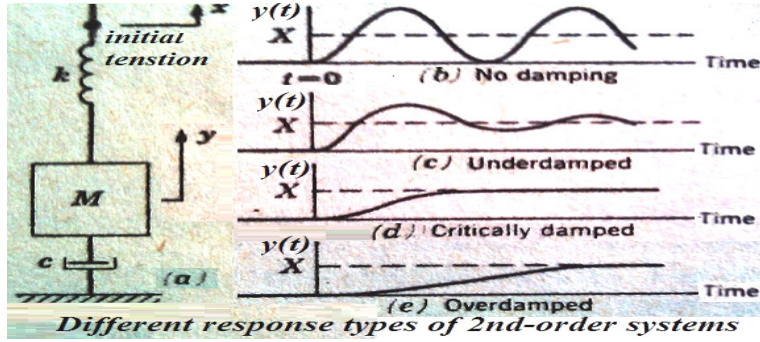
المنحنيات التالية تمثل  
الخروج  $y(t)$  لحالة لدخل  
 $X(t)=\text{step-function}$   
of given amplitude



شكل ٤-٤: في حالة الإخماد الزائد  $\xi \geq 1$



شكل ٤-٣: في حالة الإخماد الناقص  $\xi < 1$



شكل ٤-٥: في حالة عدم الإخماد  $\xi = 0$

## ٢-٢ معايير نظام المرتبة الثانية:

ويمكن تلخيص معايير هذا النظام في شكل ٤-٦ والجدول التالي:



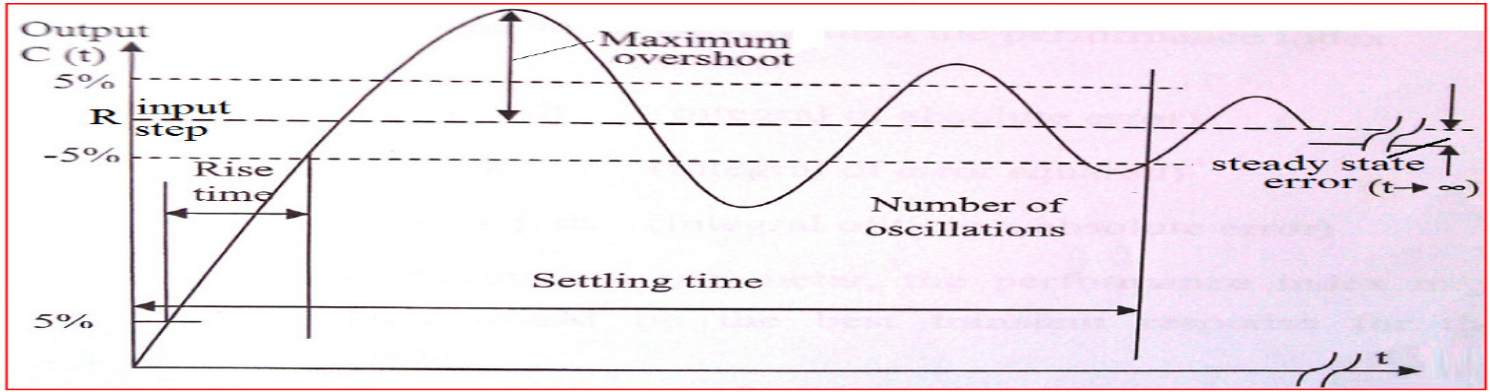
شكل ٤-٦: معايير منظومة درجة ثانية في ضراغ الزمن الحقيقي

الصورة التحليلية	المعيار
$\delta = e^{-\xi\pi/\sqrt{1-\xi^2}} \cdot 100\%$ , $0 < \xi < 1$	١- أقصى تجاوز $\delta$ Maximum overshoot
$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$	٢- زمن الذروة $t_p$
$T_d \approx \frac{1-0.7\xi}{\omega_n}$ , $0 < \xi < 1$ $T_d \approx \frac{1+0.6\xi+0.15\xi^2}{\omega_n}$ , $\xi \geq 1$	٢- التعويق الزمني $T_d$ Delay time
$T_r \approx \frac{0.8+2.5\xi}{\omega_n}$ , $0 < \xi < 1$ $T_r \approx \frac{1+1.1\xi+1.4\xi^2}{\omega_n}$ , $\xi \geq 1$	٣- زمن تزايد الاستجابة $T_r$ Rise time
$T_s \approx \frac{4}{\xi\omega_n} = 4\tau$	٤- زمن التحكم $T_s$ Settling time
$\psi = \frac{A_1 - A_2}{A_1} = 1 - e^{-\xi(2\pi/\sqrt{1-\xi^2})} = 1 - \delta^2$	٥- معيار الكبت $\psi$ Damping index

## Performance Characteristics of 2<sup>nd</sup> order System for Step function input

معايير أداء وتصرف نظم المراتبة الثانية نتيجة دخل دالة درجبة ثابتة

The following figure shows adequate parameters used to describe a time domain output or the performance characteristics of 2<sup>nd</sup> order closed loop control system subjected to a sudden step input.



1- Maximum overshoot: is expressed as %age of size of input step function (e.g.,  $\delta = 10-15\%$  of step value R).

2- Number of oscillations.

3- Rise Time: time taken to rise the output from 5% to 95% of the input step function R.

4- Settling time ( $T_s \approx 4\tau$ ): time taken until the output falls within  $\pm 5\%$  say, of the steady state error value (as  $t \rightarrow \infty$ ).

5- Steady state error.

These parameters are interrelated, and control requirements tend to conflict. The maximum overshoot can, generally only be decreased at the expense of an increase in rise time; steady state error can generally only be reduced at the expense of making the transient more oscillatory.

It can be useful to be able to describe a complete transient response by a single numerical value. Several types of functions have been used for this purpose, the chosen value being called the performance index.

IAE =  $\int_0^\infty |e(t)| dt$  (integral of absolute error) & IES =  $\int_0^\infty e^2(t) dt$  (integral of error squared)

ITAE =  $\int_0^\infty t |e(t)| dt$  (integral of time x absolute error)

By changing the system parameter (e.g., constants of the PID controller), the performance index may become minimum. This would be the best transient response for the chosen performance index.

### Time-Response of 2nd Order System for different input functions:

$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$  T.F. of closed loop 2nd Order System **For unit step:  $R = \frac{1}{s}$**   $\therefore C(s) = \frac{1}{s} + \frac{A_1}{s - P_1} + \frac{A_2}{s - P_2}$

Where  $A_1$  &  $A_2$  constants &  $P_1$  &  $P_2$  are the roots of characteristic equation:  $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$

$$A_1 = -\frac{1}{2} - \frac{\zeta}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \quad A_2 = -\frac{1}{2} + \frac{\zeta}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

$$P_1 = -\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}, \quad P_2 = -\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}$$

If  $\zeta > 1$  over damped (2 negative real roots)

If  $\zeta < 1$  under damped (pair of complex conjugates)

If  $\zeta = 1$  critically damped (2 negative equal roots)

If  $\zeta < 1$  under damped (pair of complex conjugates)

$$c(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin(\omega_d t + \phi) \quad \text{where}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} = \text{damped frequency}, \quad \phi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta}$$

$$\text{If } \frac{dc}{dt} = 0 \rightarrow \left[ \tan(\omega_d t_p + \phi) = \frac{\sqrt{1 - \zeta^2}}{\zeta} \right] \rightarrow \left[ \tan(\omega_d t_p + \phi) = \tan \phi \right]$$

$$\text{Thus } \omega_d t_p = n\pi \quad \text{and Peak time} = t_p = \frac{\pi}{\omega_d}$$

$$c_{\max} = 1 - e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}} \left[ \frac{\sin(\pi + \phi)}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \right] \quad \sin(\pi + \phi) = \sin \pi \cos \phi + \cos \phi \sin \pi = -\sin \phi$$

$$c_{\max} = 1 + e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}} \quad \& \quad \text{Percent overshoot} = P.O. = 100 e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1 - \zeta^2}}}$$

Also we could prove that: Rise time =  $t_r = \frac{\pi - \phi}{\omega_d}$   
Settling time =  $t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$  (2% criteria) or we get  $t_s = \frac{3}{\zeta\omega_n}$  (5% criteria)

**For unit impulse:  $R(s) = 1$**   $C(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

Time response:  $c(t) = A_1 e^{P_1 t} + A_2 e^{P_2 t}$  Where  $A_1 = -A_2 = \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}}$

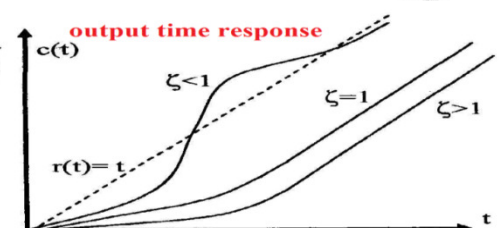
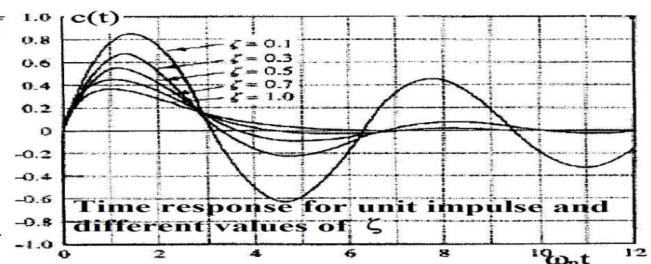
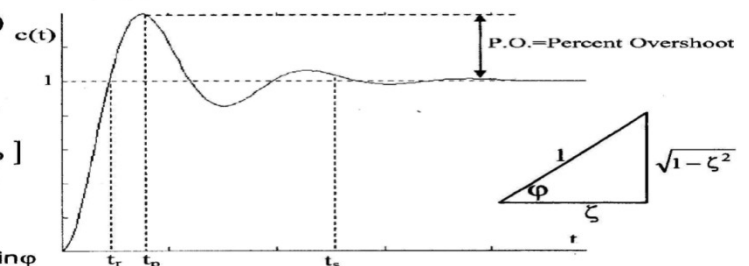
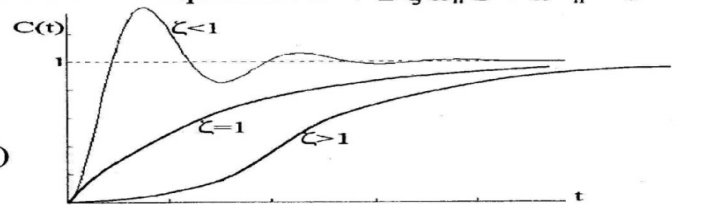
**For unit ramp  $r(t) = t$**  So  $R(s) = 1/s^2$

$$C(s) = \frac{B_1}{s^2} + \frac{B_2}{s} + \frac{A_1}{s - P_1} + \frac{A_2}{s - P_2}$$

$$\text{Where } B_1 = 1; \quad B_2 = \frac{-2\zeta}{\omega_n} \quad A_1 \text{ and } A_2 = \frac{\zeta}{\omega_n} \pm \frac{2\zeta^2 - 1}{2\omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}}$$

$$c(t) = t - \frac{2\zeta}{\omega_n} + A_1 e^{P_1 t} + A_2 e^{P_2 t}$$

Steady state error      Transient part





## Summary of Time-Response of Control Systems

**1<sup>st</sup> Order Systems:** (where  $X_o$  is system output,  $X_i$  is system input & we assume always zero initial conditions  $X_o(0)=0$ )

$$a \frac{dX_o}{dt} + b X_o = c X_i; \text{ applying Laplace Transform we get: } a S X_o(S) + b X_o(S) = c X_i(S) \text{ or } X_o(S)[aS + b] = c X_i(S)$$

System T.F.,  $G(S) = \frac{X_o(S)}{X_i(S)} = \frac{c}{aS+b} = \frac{c/b}{a/b S + 1}$ , Let  $c/b = K$  &  $a/b = \tau$ ; where  $K$  is steady state gain &  $\tau$  is Time constant

So the 1<sup>st</sup> Order system T.F.,  $G(S) = \frac{X_o(S)}{X_i(S)} = \frac{K}{1 + \tau S}$

### Output Modes of 1<sup>st</sup> Order systems:

Examine transient response or effect of different types of input signals as shown:

**1) Impulse response:** if the input  $X_i(t) = \delta(t)$  or  $X_i(t) = A \delta(t)$

From tables  $L\{\delta(t)\}=1$  &  $L\{A \delta(t)\}=A$ ,  $A$  is a constant

$$G(S) = \frac{X_o(S)}{X_i(S)} = \frac{K}{1 + \tau S} \text{ \& } X_i(S) = A, \text{ so } X_o(S) = \frac{AK}{1 + \tau S}, \text{ dividing by } \tau, \text{ we get}$$

$$X_o(S) = \frac{AK/\tau}{1/\tau + S}, \text{ from inverse Laplace tables: } X_o(t) = \frac{AK}{\tau} e^{-t/\tau}$$

**2) Step response:** if the input  $X_i(t) = u(t)$  or  $X_i(t) = B u(t)$

From tables  $L\{u(t)\}=1/S$  &  $L\{B u(t)\}=B/S$ ,  $B$  is a constant, so  $X_i(S)=B/S$

$$X_o(S) = \frac{BK}{S(1 + \tau S)} = \frac{BK}{S} + \frac{-BK\tau}{1 + \tau S}, \text{ where } A = BK \text{ \& } C = -BK\tau$$

from inverse Laplace tables:  $X_o(t) = BK(1 - e^{-t/\tau})$

Assume  $B=K=1$ , so  $X_o(t) = 1 - e^{-t/\tau}$  Note that at  $t = \tau$ , we have  $X_o(t)=0.632$

**3) Ramp response:** if the input  $X_i(t) = Q \cdot t$  where  $Q$  is a constant

From tables  $L\{X_i(t)\}=L\{Q \cdot t\}=Q/S^2$ , so we have  $X_i(S)=Q/S^2$

$$G(S) = \frac{X_o(S)}{X_i(S)} = \frac{K/\tau}{1/\tau + S}, \text{ so } X_o(S) = \frac{Q}{S^2} \cdot \frac{K/\tau}{1/\tau + S} = \frac{A}{S} + \frac{B}{S^2} + \frac{C}{1/\tau + S}$$

$$X_o(S) = \frac{-QK\tau}{S} + \frac{QK}{S^2} + \frac{QK\tau^2}{1/\tau + S}, \text{ and from inverse Laplace tables:}$$

$$X_o(t) = QK \left( t - \tau + \tau e^{-t/\tau} \right), \text{ and for } K = Q = 1, \text{ we get } X_o(t) = \left( t - \tau + \tau e^{-t/\tau} \right)$$

### 2<sup>nd</sup> Order Systems:

$$a \frac{d^2 x_o(t)}{dt^2} + b \frac{dx_o(t)}{dt} + c x_o(t) = e x_i(t), \text{ by taking Laplace we get}$$

$$a S^2 X_o(s) + b S X_o(s) + c X_o(s) = e X_i(s), (a S^2 + b S + c) X_o(s) = e X_i(s) \quad \text{T.F. } G(s) = \frac{X_o(s)}{X_i(s)} = \frac{e}{(a S^2 + b S + c)}$$

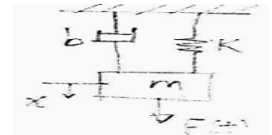
General form of T.F. of 2<sup>nd</sup> Order Systems:  $G(s) = \frac{k w_n^2}{(S^2 + 2\zeta w_n S + w_n^2)}$ ; where  $w_n \equiv$  natural frequency &  $\zeta \equiv$  damping ratio

**System Example:**  $f(t) = k x(t) + b \dot{x}(t) + m \ddot{x}(t)$  by taking Laplace:

$$F(s) = k X(s) + b S X(s) + m S^2 X(s)$$

$$\text{T.F. } G(s) = \frac{1}{m S^2 + b S + k} = \frac{1/m}{S^2 + b/m S + k/m}$$

$$\text{Comparing with the general form} \quad w_n^2 = \frac{k}{m} \text{ and } \zeta = \frac{b}{2\sqrt{km}}$$



### Modes of 2<sup>nd</sup> Order Response:

From the system characteristic equation  $(a S^2 + b S + c) = 0$

We get two roots  $S_1$  &  $S_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  we have 3 cases:

1)  $b^2 > 4ac$ ; two distinct real roots, the system is over damped

2)  $b^2 = 4ac$ ; equal roots  $S_1 = S_2$ , the system is critically damped

3)  $b^2 < 4ac$ ; two complex roots, the system is underdamped

**Back to the System example:**  $F(s) = (m S^2 + b S + k) X_o(s)$

For the transient response without external forcing, we have  $F(s) = 0$

We get 2 roots  $S_1$  &  $S_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4km}}{2m}$  for critical damping  $b^2 = 4km$ ;

so we have a critical damping coefficient call as  $b_c = 2\sqrt{km}$

Remember that the damping ratio,  $\zeta = \frac{b}{2\sqrt{km}}$ ; so we get  $\zeta = \frac{b}{b_c}$

**For underdamped system ( $\zeta < 1$ ) subjected to step input:**  $X_i(s) = 1/S$ , the output  $X_o(s)$  shall be

$$X_o(s) = \frac{A}{S} + \frac{BS+C}{S^2 + 2\zeta w_n S + w_n^2} \text{ and from Partial fractions: } A = k, B = -k, C = -2\zeta w_n k$$

$$X_o(s) = k \left[ \frac{1}{S} - \frac{S + 2\zeta w_n}{S^2 + 2\zeta w_n S + w_n^2} \right] \text{ let us call the damping frequency, } w_d, \text{ where } w_d = w_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\text{Term 1} = \frac{-S}{(S + \zeta w_n)^2 + w_d^2} \text{ \& } \text{Term 2} = \frac{-2\zeta w_n}{(S + \zeta w_n)^2 + w_d^2} \text{ we can prove that } \text{Term 1} + \text{Term 2} = \frac{-(S + \zeta w_n)}{(S + \zeta w_n)^2 + w_d^2} - \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \left[ \frac{w_d}{(S + \zeta w_n)^2 + w_d^2} \right]$$

$$\text{By taking inverse Laplace: } x_o(t) = k \left[ 1 - e^{-\zeta w_n t} \left( \cos w_d t + \frac{\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}} \sin w_d t \right) \right]$$

**For critically-damped system ( $\zeta = 1$ ) subjected to step input:**  $X_i(s) = 1/S$ , the output  $X_o(s)$  shall be

$$\text{Characteristic equation has roots } S_1 = S_2 = -w_n; \text{ so } X_o(s) = \frac{1}{S} \cdot \frac{w_n^2}{S^2 + 2\zeta w_n S + w_n^2} = \frac{1}{S} \cdot \frac{w_n^2}{(S + w_n)^2}$$

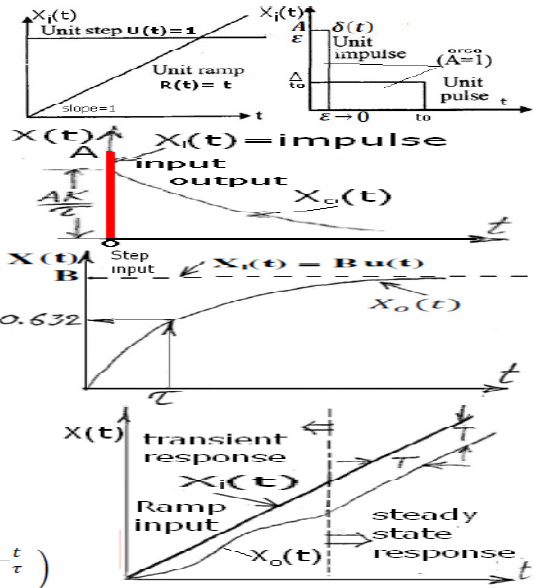
We can show that the output shall be  $x_o(t) = k[1 - e^{-w_n t} (1 + w_n t)]$

**For over-damped system ( $\zeta > 1$ ) subjected to step input:**  $X_i(s) = 1/S$ , the output  $X_o(s)$  shall be

$$X_o(s) = \frac{1}{S} \cdot \frac{w_n^2}{S^2 + 2\zeta w_n S + w_n^2}, \text{ Let the characteristic equation has roots } S_1 = -\sigma_1 \text{ \& } S_2 = -\sigma_2$$

$$X_o(s) = \frac{1}{S} \cdot \frac{w_n^2}{(S - S_1)(S - S_2)}; \text{ where } S_1 = -\zeta w_n - w_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \text{ \& } S_2 = -\zeta w_n + w_n \sqrt{\zeta^2 - 1}; \text{ so we get}$$

$$x_o(t) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})} e^{-(\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})w_n t} - \frac{1}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})} e^{-(\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})w_n t}$$



## Important Parameters of the Underdamped Systems:

### 1) Delay time $t_d$ :

The time required for the output response  $X_o(t_d)$  to reach 50% of the final value (which is the amplitude of  $X_i(t)$ ) at the very first time.

### 2) Rise time $t_r$ :

Time required for output response  $X_o(t_r)$  to reach 90% (or from 5% to 95%) of the final value (which is the amplitude of  $X_i(t)$ ) at the very first time.

بسبب اختلاف التعريف يوجد عدة تعريفات لحساب القيمة العددية للزمن  $t_r$

### 3) Peak time $t_p$ :

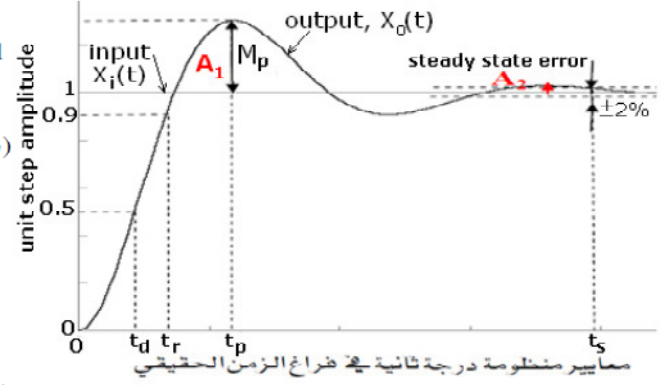
Time required for output response  $X_o(t_p)$  to reach the 1<sup>st</sup> peak of the over shoot.

### 4) Maximum over shoot $A_1$ or $M_p$ :

Maximum Peak of output response  $X_o(t_p)$  but measured from unity {if the final steady state value is not unity, so the  $M_p = [X_o(t_p) - X_o(\infty)] / X_o(\infty)$ }

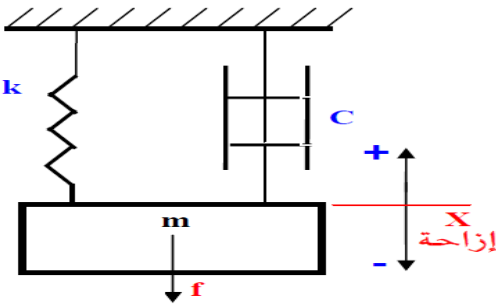
### 5) Settling time $t_s$ :

Time required for response  $X_o(t_s)$  to reach 2% or 5% far from and stay within a range about final value



Analytical expression الصورة التحليلية	Index المعيار
$\delta = e^{-\xi\pi / \sqrt{1-\xi^2}} \cdot 100\% \quad 0 < \xi < 1$	١ - أقصى تجاوز $\delta$ Maximum overshoot
$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\xi^2}}$	٢ - زمن الذروة $t_p$
$T_d \approx \frac{1-0.7\xi}{\omega_n}, \quad 0 < \xi < 1$ $T_d \approx \frac{1+0.6\xi+0.15\xi^2}{\omega_n}, \quad \xi \geq 1$	٢ - التعويق الزمني $T_d$ Delay time
$T_r \approx \frac{0.8+2.5\xi}{\omega_n}, \quad 0 < \xi < 1$ $T_r \approx \frac{1+1.1\xi+1.4\xi^2}{\omega_n}, \quad \xi \geq 1$	٣ - زمن تزايد الاستجابة $T_r$ Rise time
$T_s \approx \frac{4}{\xi\omega_n} = 4\tau$	٤ - زمن التحكم $T_s$ Settling time
$\psi = \frac{A_1 - A_2}{A_1} = 1 - e^{-\xi(2\pi / \sqrt{1-\xi^2})} = 1 - \delta^2$	٥ - معيار المكبت $\psi$ Damping index

## أمثلة وتطبيقات



### ٢-٣ دراسة منظومة ميكانيكية من المرتبة الثانية:

لنعتبر المنظومة الميكانيكية في الشكل المقابل وهي عبارة عن كتلة  $m$  معلقة عن طريق نابض مرونته  $k$  ومخمّد تخميده  $C$ . ولنفترض أن الكتلة  $m$  هي تحت تأثير قوة خارجية  $f$  ونريد أن نعرف العلاقة بين الحركة الناتجة عن ذلك للكتلة  $m$ . ينص القانون الفيزيائي على: أن مجموع القوى بما فيها القوى  $m \cdot \ddot{x}$  (قوة التسارع) المؤثرة على الكتلة تساوي صفراً. وباختيار الاتجاه نحو الأعلى على أنه الاتجاه الموجب نتحصل على: (بافتراض أن النابض في حالة تمدد).

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) - f = 0 \quad (1)$$

وبأخذ تحويل لابلاس للمعادلة (1) وافترض الظروف الابتدائية منعدمة:

$$ms^2 x(s) + Csx(s) + kx(s) - f(s) = 0 \quad (ms^2 + Cs + k)x(s) = f(s)$$

$$\frac{x(s)}{f(s)} = \frac{1}{ms^2 + Cs + k} = \frac{1/m}{s^2 + sC/m + k/m}$$

لنجعل:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$  و  $\xi = \frac{C}{2\sqrt{km}}$  حيث:  $Cc = 2\sqrt{km}$ .  $\xi$ : نسبة التخميد.  $\omega_0$ : التردد الطبيعي غير المخمد للنظام.  $Cc$ : معامل التخميد الحرج.

$$\frac{x(s)}{f(s)} = \frac{1/m}{s^2 + C/m s + k/m} = \frac{1}{k} \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

وبالتالي نتحصل على:  $\frac{x(s)}{f(s)} = \frac{1}{k} \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$

وتمثل الدالة:  $\frac{1}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$  ، الدالة التحويلية في شكلها العام لنظام ذي المرتبة الثانية.

### ❖ الاستجابة الزمنية لنظام ذي المرتبة الثانية:

لندرس الاستجابة العابرة لهذا النظام عندما نطبق إشارة في شكل وحدة درجية عند مدخل النظام  $f(t)$ .

$$x(s) = \frac{\omega_0^2}{s(s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2)}$$

ويتضح من مخطط المنظومة أن الخرج  $X(s)$  يساوي:

ونظراً لوجود كثير حدود من الدرجة الثانية في مقام  $X(s)$  فيمكننا أن نلاحظ ٣ حالات مختلفة لطبيعة الاستجابة الزمنية  $X(t)$  حسب قيمة نسبة التخميد  $\xi$ .

$$\Delta = \xi^2 \omega_0^2 - \omega_0^2 \quad \Delta = \omega_0^2 (\xi^2 - 1) \quad \text{يعني أن:}$$



**أ- الحالة الأولى:**  $\Delta > 0$  أي  $\xi > 1$  : نظام مضبوط التخميد (over damped system)

في هذه الحالة تكون جذور كثيرة الحدود:  $s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2$ ، حقيقية مختلفة:

$$s_1 = -\xi\omega_0 - \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1} = -\omega_0(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})$$

$$s_2 = -\xi\omega_0 + \omega_0\sqrt{\xi^2 - 1} = -\omega_0(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})$$

$$x(s) = \frac{\omega_0^2}{s(s-s_1)(s-s_2)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s-s_1} + \frac{C}{s-s_2}$$

$$x(t) = 1 + Be^{s_1 t} + Ce^{s_2 t} \quad \text{حيث: } A=1, B = \frac{s_2}{s_1-s_2}, C = \frac{s_1}{s_1-s_2}$$

**ب- الحالة الثانية:**  $\Delta = 0$  أي  $\xi = 1$ ، نظام ذو تخميد حرج (critically damped system)

في هذه الحالة تكون جذور كثيرة الحدود:  $s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2$ ، حقيقية ومتساوية:  $s_1 = s_2 = -\xi\omega_0$

$$x(s) = \frac{\omega_0^2}{s(s+\xi\omega_0)^2} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+\xi\omega_0} + \frac{C}{(s+\xi\omega_0)^2} \quad x(t) = 1 - e^{-\omega_0 t}(1 + \omega_0 t) \quad (\xi = 1)$$

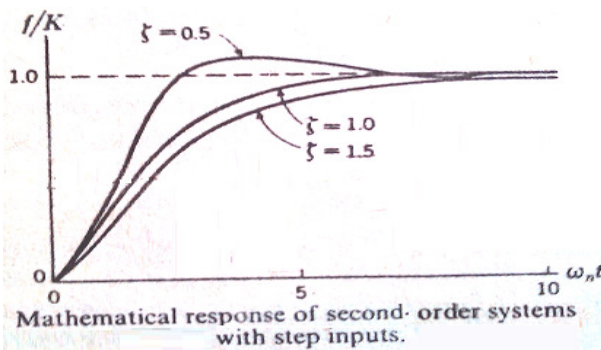
**ج- الحالة الثالثة:**  $\Delta < 0$  أي  $\xi < 1$  نظام ناقص التخميد (Under damped system)

في هذه الحالة تكون جذور كثيرة الحدود:  $s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2$ ، مركبة كالتالي:

$$s_1 = -\xi\omega_0 + j\omega_0\sqrt{1-\xi^2} \quad s_2 = -\xi\omega_0 - j\omega_0\sqrt{1-\xi^2}$$

$$x(s) = \frac{\omega_0^2}{s[(s+\xi\omega_0)^2 + \omega_0^2(1-\xi^2)]} = \frac{A}{s} + \frac{Bs+C}{(s+\xi\omega_0)^2 + \omega_0^2(1-\xi^2)}$$

$$x(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_0 t} \cdot \sin[\sqrt{1-\xi^2}\omega_0 t + Q] \quad (\xi < 1)$$



وتعتبر هذه الحالة الأكثر أهمية من أنظمة التحكم وتتميز بالاستجابة التدريجية unit step input في هذه الحالة بمواصفات منها:

• زمن السعود ( $t_r$ ): وهو الزمن اللازم للاستجابة لكي تسعد من 0 إلى 100 % من القيمة النهائية ويمكن استنتاجه من العلاقة:

$$t_r = \frac{\pi - Q}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$$

• ذروة التجاوز ( $M_p$ )، وهي أكبر قيمة تتجاوز بها الاستجابة القيمة النهائية وهي كالتالي:

$$M_p = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

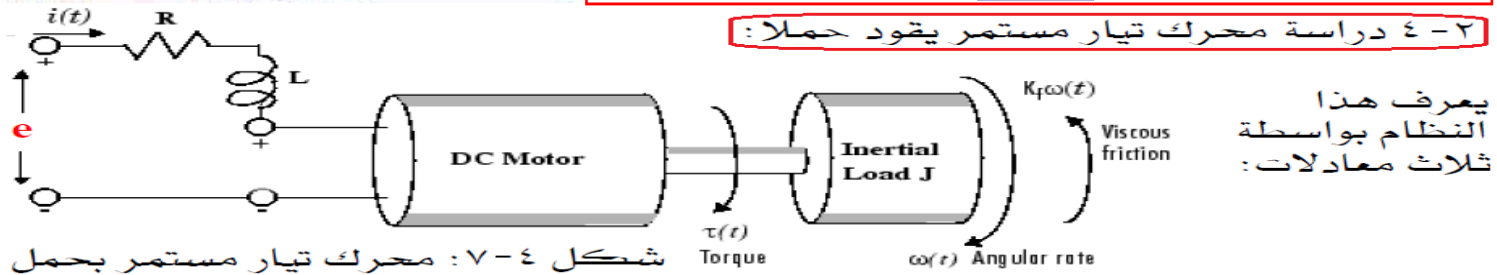
• زمن ذروة التجاوز ( $t_p$ ): وهو الزمن الموافق لذروة التجاوز ويحسب من العلاقة:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}}$$

• زمن السكون ( $t_s$ )، وهو الزمن الذي تصل فيه الاستجابة إلى قيمة داخل ظرف  $\pm 5\%$  حول القيمة النهائية وتبقى داخل هذا الطرف:

$$t_s = 3/\xi\omega_0$$

**٢- دراسة محرك تيار مستمر يقود حملا:**



- المعادلة الأولى:  $L \frac{di}{dt} + Ri + K_e \Omega = e$  (1) • المعادلة الثانية: العزم  $J \frac{d\Omega}{dt} + B\Omega = \tau_m$  (2) • المعادلة الثالثة: عزم المحرك  $K_t i = \tau_m$  (3) بدمج المعادلتين (2) و (3) نحصل على:  $J \frac{d\Omega}{dt} + B\Omega = K_t i$
- بالتعويض عن التيار نحصل على المعادلة التفاضلية:  $a_2 \frac{d^2\Omega}{dt^2} + a_1 \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = Ge$

حيث:  $\tau_m = \frac{J}{B}$  وهو ثابت الزمن للجزء الميكانيكي.  $\tau_e = \frac{L}{R}$  وهو ثابت الزمن للجزء الكهربائي للنظام.  
 $J$ : عزم قصور الحمل ( $\text{kg.m}^2$ )  $B$ : معامل الاحتكاك ( $\text{N.m.s/rad}$ )  $L$ : محاثة العضو الدوار (H)  
 $R$ : مقاومة العضو الدوار ( $\Omega$ )  $K_t$ : ثابت العزم ( $\text{N.m/A}$ )  $E$ : جهد الدخل (V)  
 $\omega$ : السرعة الزاوية للمحرك ( $\text{rad/s}$ )  $K_e$ : ثابت قوة الدفع الكهربائي ( $\text{V.s/rad}$ )

وعليه فإن معاملات محرك التيار المستمر تصبح كالتالي:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{a_2}}$ ,  $\alpha = \frac{a_1}{2a_2}$ ,  $\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2}}$

❖ مثال: إذا كانت معاملات محرك التيار المستمر كالتالي:

$$J = 6.2 \times 10^{-4} \text{ kg.m}^2, B = 1.0 \times 10^{-4} \text{ N.m.s/rad}, L = 0.02 \text{ H}, R = 1.2 \Omega$$

$$K_t = 0.043 \text{ N.m/A}, K_e = 0.043 \text{ V/s/rad}$$

أوجد التالي: أ- ثابت الزمن للجزء الميكانيكي ب- ثابت الزمن للجزء الكهربائي ج- التردد ونسبة الإخماد ح- الاستجابة الزمنية للنظام مع رسم المنحنى.

**الحل:** أ-  $\tau_m = J/B = 6.2 \times 10^{-4} / 1.0 \times 10^{-4} = 6.2 \text{ s}$  ب-  $\tau_e = L/R = 0.02 / 1.2 = 0.0167 \text{ s}$

ج- لنحسب أولاً المعاملات:  $a_2 = 0.0063, a_1 = 0.379, G = 21.8$

$$0.0063 \frac{d^2\omega(t)}{dt^2} + 0.379 \frac{d\omega(t)}{dt} + \omega(t) = 21.8e(t)$$

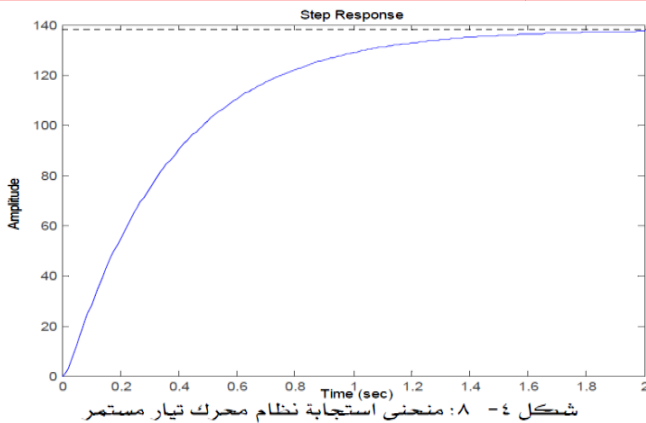
ج- التردد ونسبة الإخماد:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{a_2}} = \sqrt{\frac{1}{0.0063}} = 0.0794$   $\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_2}} = \frac{0.379}{2\sqrt{0.0063}} = 2.387$

لكي نحصل على استجابة النظام نكتب المعادلة المميزة للنظام ثم نقوم بإيجاد جذريها، فالمعادلة تكون كالتالي:

$$0.0063s^2 + 0.379s + 1 = 0$$

بعد حساب المميز نجد:  $\Delta = (0.379)^2 - 4 \times 0.0063 \times 1 = 0.137 > 0$ ، وبذلك نجد أن الجذرين هما

$$r_1 = \frac{(-0.379 - \sqrt{0.137})}{2 \times 0.0063} = -57.393 \quad r_1 = \frac{(-0.379 + \sqrt{0.137})}{2 \times 0.0063} = -2.765$$



ونظرا إلى أن الإخماد (ξ>1) فإن الصيغة العامة للاستجابة تكون:

$$y(t) = \frac{bE}{\omega_0^2} \left[ 1 + \frac{r_2}{r_1 - r_2} \times e^{r_1 t} - \frac{r_1}{r_1 - r_2} \times e^{r_2 t} \right]$$

مع العلم أنه في مثالنا هذا الخرج هو  $\omega(t)$ ، وعليه فبعد التعميض عن قيم  $r_1$  و  $r_2$  و  $\omega_0$  و  $E=5V$

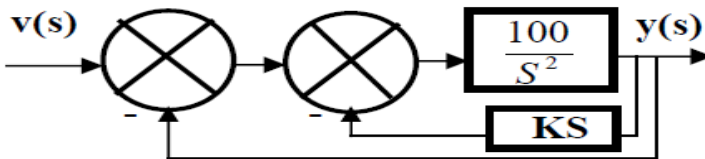
(ارتفاع خطوة الدخل) و  $b=21.8$  تكون الاستجابة:  $\omega(t) = 137.27[1 + 0.05e^{-57.39t} - 1.05e^{-2.76t}]$

**تمرين 1** لدينا منظومة تحكم يمكن تمثيلها بالمخطط الصندوقي الآتي:

سؤال: المطلوب إيجاد الدالة التحويلية للمنظومة  $\frac{y(s)}{v(s)}$  وحساب ثابت الزمن  $\tau$ ، زمن تزايد الاستجابة  $T_r$ ، وزمن التحكم  $T_s$ .

$$\frac{y(s)}{v(s)} = \frac{100}{3s+1} \bigg/ 1 + \frac{100}{3s+1} = \frac{100}{3s+101} = \frac{0.99}{0.0297s+1} = 0.99 \left( \frac{1}{0.0297s+1} \right) : \text{الحل} \spadesuit$$

ويلاحظ هنا أن:  $\tau = 0.0297$  ثانية،  $T_r = 2.2 \times 0.0297 = 0.065$  ثانية،  $T_s = 4 \times 0.0297 = 0.118$  ثانية.



**تمرين ٢:** لدينا نظام تحكم مقفل الدائرة

يمكن تمثيله بالمخطط الصندوقي الآتي  
حيث  $K$  ثابت موجب:

سؤال: أوجد الدالة التحويلية للنظام مقلد الدائرة أي:  $\frac{y(s)}{v(s)}$ ، ما هي مرتبة النظام.

❖ **الحل:** الاختصار الأول للمخطط الصندوقي المتكون من الدالتين:  $\frac{100}{S^2}$  و  $KS$  يعطينا النتيجة التالية:

أما الاختصار الثاني والأخير يتكون من الدالتين:

$$\frac{100}{S(S+100K)} = \frac{100}{S^2+100.KS} = \frac{\frac{100}{S^2}}{1+\frac{100}{S^2}.KS} =$$

$$\frac{100}{S(S+100K)} \Big/ 1 + \frac{100}{S(S+100K)} = \frac{y(s)}{v(s)} : \text{و } 1 \text{ يعطينا النتيجة التالية: } \frac{100}{S(S+100K)}$$

ونلاحظ أن النظام ذو المرتبة الثانية.

$$\frac{100}{S^2 + 100KS + 100} = \frac{100}{S(S + 100K) + 100} = \frac{y(s)}{v(s)}$$

$$G(s) = \frac{36}{s^2 + 4.2s + 36}$$

**تمرين ٣: ١-** أوجد  $\zeta_n$  و  $\omega_n$  لمنظومة الدرجة الثانية التي يمكن تمثيلها بالدالة التحويلية:

٢- احسب أقصى تجاوز  $\delta$ ، التعويق الزمني  $T_d$ ، زمن ترايد  $T_r$ ، زمن التحكم  $T_s$  ومعيار الكبت  $\psi$ .

❖ الحل: ١-  $\omega_n^2 = 36$  وبذلك فإن  $\omega_n = 6$  ، كما أن  $2\xi\omega_n = 4.2$  وبذلك فإن  $\xi = 0.35 < 1$ .

٢-بتطبيق القواعد الموجودة بالجدول صفحة ٢١ نجد :  $T_r=0.279$  ,  $T_d=0.125$  ,  $\delta=36\%$

$\psi=0.178$  ,  $T_s=1.42$

**تمرين ٤:** أوجد قيم  $\alpha$  للمنظومات التالية والممثلة في الدوال التحويلية الآتية:

$$G(s) = \frac{20}{s^2 + 8s + 20} \quad G(s) = \frac{16}{s^2 + 8s + 16} \quad G(s) = \frac{12}{s^2 + 8s + 12}$$

❖ الحل: يلاحظ أن الدوال التحويلية تتمثل كلها في الشكل:  $G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega^2}$

وبذلك تكون: ١-  $\xi = 1.155$  يعني أن  $\xi > 1$  ٢-  $\xi = 1 - ٢$  ٣-  $\xi = 0.894$  يعني أن  $\xi < 1$

**تمرين ٥:** نظام تحكم آلي يمكن تمثيله بالمعادلة التفاضلية التالية:  $\frac{dy(t)}{dt} + 10y(t) = 50$  ، حيث  $t \geq 0$  أوجد :

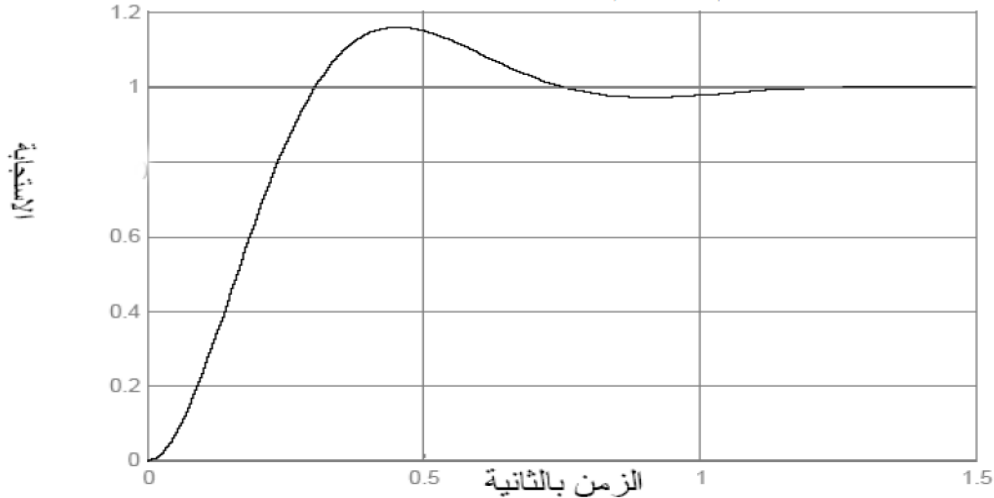
١- ثابت الزمن  $\tau$  ٢- كسب النظام ٣- الاستجابة الزمنية مع رسم منحني الاستجابة

الحل:  $\tau=0.1$  ،  $G=5$  ،  $y(t) = 1 - e^{-0.1t}$



**تمرين ٦:** نظام تحكم آلي يمكن تمثيله بالمعادلة التفاضلية:  $\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 3 \frac{dy(t)}{dt} + 2y(t) = 2$  حيث  $t \geq 0$ . أوجد: ١- تردد الرنين ومعامل الإخماد ونوع الإخماد ٢- كسب النظام  $G$  ٣- الاستجابة لوحدة درجية مع رسم منحناها. الحل: ١-  $\xi = 1.06$  ،  $\omega_0 = 1.414$  نلاحظ أن الإخماد زائد ٢- كسب النظام:  $G=1$  ٣-  $y(t) = 1 - e^{-2t} + e^{-t}$

**تمرين ٧:** إذا كان منحنى استجابة نظام تحكم من الدرجة الثانية لوحدة درجية مبدى في الشكل التالي:



أوجد: ١- زمن تزايد الاستجابة  $T_r$  ٢- زمن التحكم  $T_s$  ٣- أقصى تجاوز  $M_p$  بالنسبة المئوية ٤- كسب النظام عند حالة الاستقرار. الحل: ١-  $T_r = 0.28 \text{ sec}$  ، ٢-  $T_s = 0.9 \text{ sec}$  ، ٣-  $M_p = 16\%$  ، ٤-  $G=1$

### Examples of 2nd Order Systems: Field Control of DC Motor

$$T(t) = J \ddot{\theta}_o(t) + B \dot{\theta}_o(t) \rightarrow T(s) = S(JS + B) \theta_o(s)$$

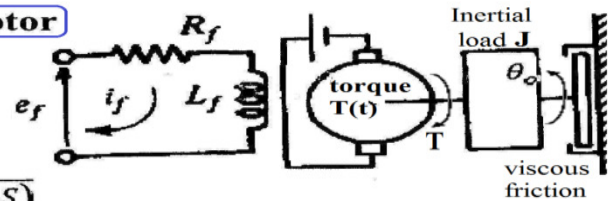
$$T(t) = K_t i_f \rightarrow T(s) = K_t I_f \therefore S(JS + B) \theta_o = K_t I_f$$

$$e_f = R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} \rightarrow E_f = (R_f + L_f S) I_f$$

$$\therefore S(JS + B) \theta_o = \frac{K_t E_f}{R_f + L_f S} \quad \frac{\theta_o}{E_f} = \frac{K_t}{S(JS + B)(R_f + L_f S)}$$

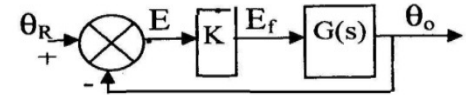
$$\frac{\theta_o}{E_f} = \frac{K_t/R_f B}{S \left( \frac{J}{B} S + 1 \right) \left( 1 + \frac{L_f}{R_f} S \right)} = \frac{K_t/R_f B}{S(T_m S + 1)(T_f S + 1)} \quad \text{Often } T_r \ll T_m$$

$$\frac{\theta_o}{E_f} = \frac{K_t/R_f B}{S(T_m S + 1)}$$



**Example:** The block diagram shown in figure is used to control the output shaft position  $\theta_o$  using a field control DC motor.

The output of the sensor shaft position is compared with a signal in the same form to obtain the error signal  $E$ . Also, the block of the constant-gain controller  $K$  represents a fast response power amplification.



For a unit step input,  $\theta_R = 1/S$

$$\text{If } G(s) = \frac{\theta_o}{E_f} = \frac{0.5}{S(0.25S + 1)} \therefore \frac{\theta_o}{\theta_R} = \frac{2K}{S^2 + 4S + 2K}$$

$$\therefore \theta_o(t) = 1 - 1.207 e^{-0.586t} + 0.207 e^{-3.414t}; K=1$$

$$\therefore \theta_o(t) = 1 - 2.737 e^{-1.553t} + 1.737 e^{-2.447t}; K=1.9$$

$$\therefore \theta_o(t) = 1 - 1.1547 e^{-2t} \sin(3.4641t + \pi/3); K=8 \quad \text{Note that: } \theta_o(t)_{s.t.} = \lim_{t \rightarrow \infty} \theta_o(t) = \lim_{S \rightarrow 0} S \theta_o(s) = 1$$

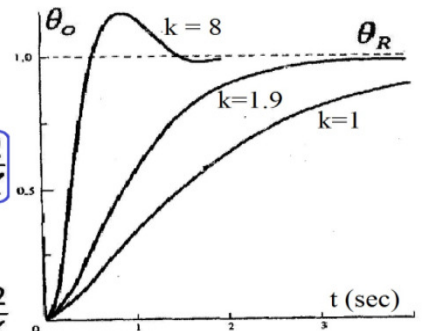
However, if  $\theta_R(s) = 1/S^2$

$$E = \theta_R(s) - \theta_o(s) \quad E = \frac{1}{S^2} - \frac{2K}{S^2(S^2 + 4S + 2K)}$$

$$E = \frac{(S^2 + 4S + 2K) - 2K}{S^2(S^2 + 4S + 2K)} \quad e_{s.t.} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{S \rightarrow 0} S E(s) = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{(S + 4)}{S^2 + 4S + 2K} = \frac{2}{K}$$

So,  $e_{s.t.}$  is reduced by increasing  $K$ . Also, since  $\frac{\theta_o}{\theta_R} = \frac{2K}{S^2 + 4S + 2K}$

$$\therefore \omega_n^2 = 2K \text{ and } 2\zeta \omega_n = 4 \text{ and The steady state error} = \frac{2\zeta}{\omega_n} = \frac{4}{\omega_n^2} = \frac{2}{K}$$



## Problems on unit (4)

- 1) A thermometer having a time constant of 12 seconds is allowed to come to equilibrium in the room air temperature at 30°C. Then it is placed in 100°C water bath for a period of time then removed and re-exposed to the 30°C ambient conditions. If 10 seconds after the thermometer is removed from the bath, it reads 45°C. Estimate the length of time that the thermometer was in the water bath.

- 2) Figure (1) shows a mechanical vibratory system. When 8.9 N step input force is applied to the system, the mass oscillates, as shown in the figure. Determine M, C, and K of the system from the response curve.

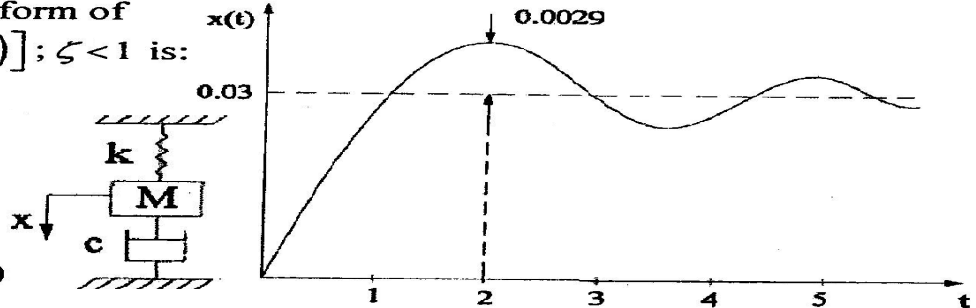
Hint: the inverse Laplace transform of  $C(s) = \omega_n^2 / [s(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)]$ ;  $\zeta < 1$  is:

$$C(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_d t + \phi);$$

$$(\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2})$$

$$, \cos \phi = \zeta)$$

Figure (1)



- 3) Open loop transfer function of a servo system with unit feedback is given by:-  $G(s) = \frac{K}{s(1+Ts)}$
- a) By what factor should the gain K be multiplied so that the damping ratio is increased from 0.2 to 0.6?
- b) By what factor should the gain K be multiplied so that the overshoot of the unit step response is reduced from 80% to 20%?

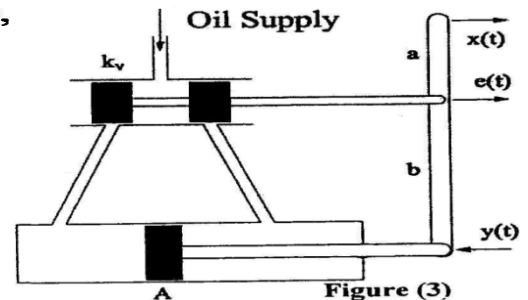
- 4) block diagram of a servomechanism is shown in fig.(2). Determine the values of K and T so that the maximum overshoot in unit step response is 50% and the peak time is 5 seconds.



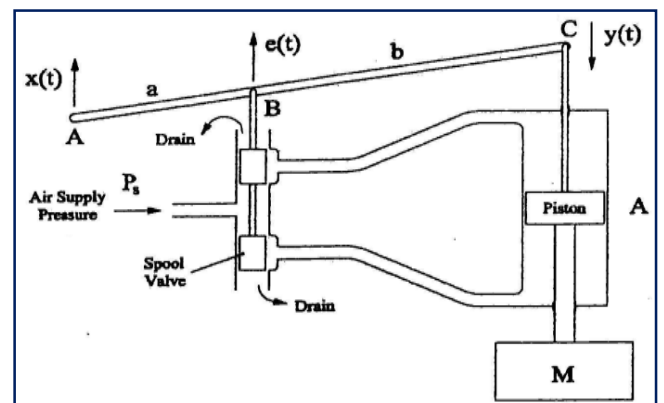
- 5) For the hydraulic positioning device shown in fig(3), where  $a = 4$  cm,  $b = 12$  cm,  $A = 10$  cm<sup>2</sup>,  $k_v = 20$  cm<sup>3</sup>/sec/cm.

Examine the dynamic nature of the system by plotting the response to:

- a step input disturbance  $x = 0.5$  cm.
- a ramp input disturbance  $x = 0.25 t$  cm.
- a sinusoidal input disturbance  $x = \sin 2t$  cm.

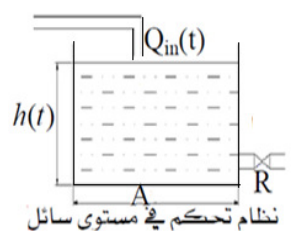


- 6-The next fig. shows schematically hydraulic servomechanism, a feedback system commonly found in practice, whose function is to move a load M to a position y(t) in response to a command signal x(t) using hydraulic supply to provide the power. Find the transfer function Y(s)/X(s) if a) The inertia, viscous load and effect of oil compressibility are neglected. b) The inertia, viscous load and effect of oil compressibility are considered.



- 7-The next fig. shows a liquid level control system in a tank which has a square cross-section area of  $A=1$  m<sup>2</sup>. The tank output valve has a hydraulic resistance of  $R=500$  s/m<sup>2</sup>. Find the following:

- The differential equation of the system,
- Time constant of the system,
- The Gain coefficient
- If the system input is  $Q_{in}(t) = 2 \times 10^{-4}$  m<sup>3</sup>/s, Find the Time response equation  $h(t)$  of the system if the tank was empty at  $t=0.0$  (zero initial conditions),
- sketch the time response equation and find the steady state output for unit step input



End of File